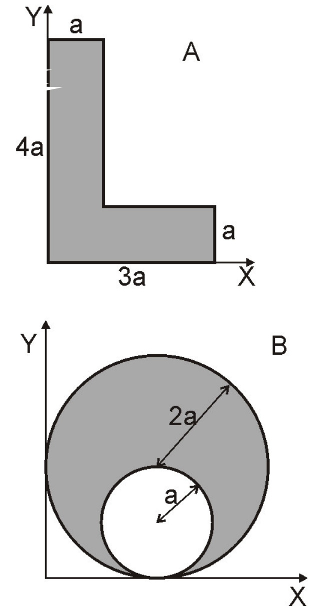
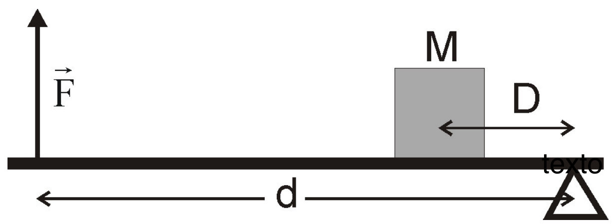
5ª Série de PROBLEMAS: CORPO RÍGIDO

Notas: Sempre que for necessário use para a aceleração da gravidade $g = 9.8\ m/s^2$.

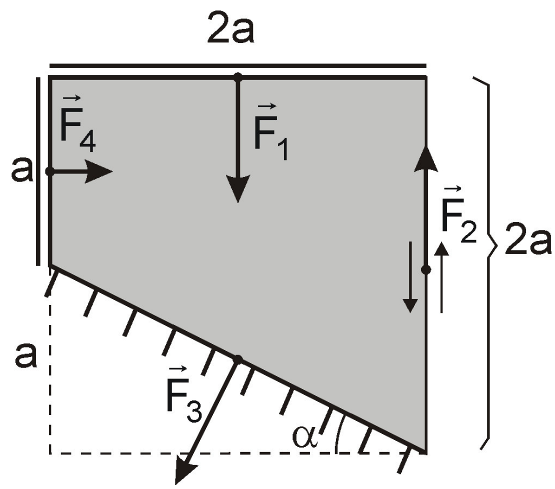
1 - a) Determine as coordenadas do centro de massa dos corpos representados na figura ao lado. Ambos os corpos são feitos de chapa metálica com uma espessura de $1\ mm$ e densidade $10\ g/cm^3$.
b) Descreva o movimento que teria o centro de massa dos corpos quando estes fossem lançados ao ar obliquamente, sujeitos apenas à acção da gravidade.





2 - a) Pretende-se fazer equilibrar o peso da massa *M* usando uma pequena força *F* aplicada na extremidade da alavanca representada na figura. Se for *D* a distância da massa ao fulcro e *d* a distância da força ao fulcro, determine a economia de esforço permitida pelo uso da alavanca (razão entre a força aplicada *F* e o peso do corpo levantado).
b) Qual é o "preço" a pagar pela economia de esforço obtida?
c) Concretize o resultado obtido em *(a)* determinando a força exercida *F* quando *M=100 kg*, *D=5 cm* e *d=1 m*.
d) Calcule nas mesmas condições a força exercida pela alavanca sobre o ponto de apoio (fulcro).

3 - Considere a placa tectónica representada na figura onde se identificam as 4 fronteiras de placas e as forças nelas exercidas. O ângulo α vale 26.6°. Sabe-se que a força numa dorsal (fronteiras 1 e 4) é proporcional à dimensão da dorsal, e por isso tem-se $F_4 = F_1/2$.
a) Determine, relativamente a F_1 as forças exercidas pelas fronteiras *2* e *3*, respectivamente uma transformante e uma subducção, de tal forma que a placa esteja em equilíbrio de translação.
b) Verifique se, com as forças calculadas anteriormente, a placa se encontra em equilíbrio de rotação.



4 - O uso de um disco em rotação pode ser uma forma económica de armazenar energia. Considere um disco de massa $75\ kg$, raio $25\ cm$ e espessura $4\ cm$, a rodar com uma frequência de 85000 ciclos por minuto. O momento de inércia de um disco de raio *R* é dado pela expressão $I = MR^2/2$.

a) Determine a energia cinética de rotação armazenada pelo disco.

b) Determine a densidade de energia, energia por unidade de volume, para o disco em rotação.

c) Admita que se pode usar esta energia, sem perdas, para mover uma viatura de $500\ kg$ a uma velocidade de $60\ km/h$. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético vale 0.1, calcule a distância total percorrida pela viatura ao consumir toda a energia do disco.

5 - Considere a Terra formada pela junção de um globo sólido e homogéneo, de massa $6.0\times10^{24}\ kg$ e de uma atmosfera gasosa, de espessura $10\ km$ e densidade média $1.293\ kg/m^3$. O momento de inércia de uma esfera maciça é dado por $I = 2/5\, MR^2$ e o momento de inércia de uma "casca esférica", como a atmosfera, é dado pela expressão $I = 2/3\, MR^2$. Use $R_T = 6400\ km$

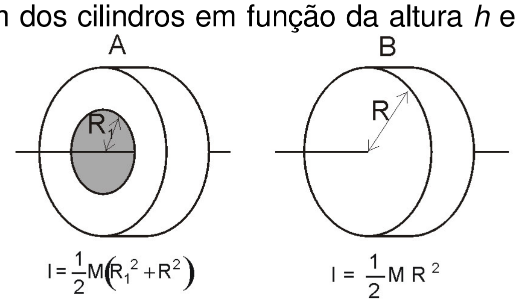
a) Calcule o momento angular da Terra devido ao seu movimento de rotação, admitindo que atmosfera e globo sólido se movem solidariamente.

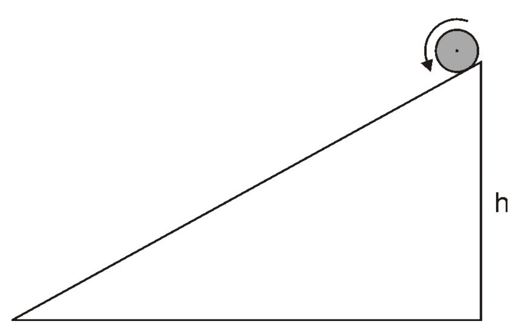
b) Calcule a variação na duração do dia quando, por efeitos da circulação geral e perturbações atmosféricas, a atmosfera aumenta globalmente em 1% a sua velocidade de rotação (correspondendo a uma velocidade do vento de $5\ m/s$ no equador).

6 - Tem à sua disposição dois discos de massa idêntica. Como se ilustra na figura, um dos cilindros é de chumbo maciço, enquanto que o outro é um cilindro de ouro oco, com raio interno R_1. Ambos os cilindros têm a mesma dimensão e o mesmo raio externo *R*. Uma das formas não destrutivas de os identificar é usar a diferença nos seus momentos de inércia (ver figura). Para isso, abandonam-se ambos os cilindros simultaneamente por um plano inclinado. Os cilindros rolam sem escorregar.

a) Determine a velocidade final de cada um dos cilindros em função da altura *h* e do seu momento de inércia.

b) Diga qual dos cilindros é o cilindro de ouro.





SUMÁRIO

Centro de massa

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i x_i \qquad y_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i y_i \qquad M = \sum_i m_i$$

$$\vec{p} = M\,\vec{V}_{CM} \qquad \vec{F} = \sum_j \vec{F}_j = M\,\frac{d\,\vec{V}_{CM}}{dt}$$

Momento de uma Força

$$\vec{M}_P = \vec{r}\times\vec{F} \qquad |\,\vec{M}_P\,| = r\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{F} = bra\c{c}o\times\mathrm{F}$$

Equilíbrio do corpo rígido

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \qquad \vec{M}_P = \sum_i \vec{M}_{iP} = \vec{0} \quad \text{com P qualquer}$$

Dinâmica de rotação do corpo rígido

$$\vec{L}_P = \sum_i \vec{r}_i\times m\vec{V}_i \qquad \vec{M}_P = \sum_j \vec{M}_{jP} = \frac{d\,\vec{L}_P}{dt}$$

Momento de inércia e rotação em torno de um eixo

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \qquad \vec{L} = I\vec{\omega} \qquad \vec{M} = I\,\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\gamma}$$

Conservação do momento angular

$$\vec{M} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{L} = \vec{c} \quad \text{(constante)}$$

Energia cinética de rotação

$$E_c = \frac{1}{2}I\,\omega^2$$