Viagens no Tempo

Paulo Crawford e Francisco Lobo

Departamento de Física e Centro de Astronomia e Astrofísica da Universidade de Lisboa (CAAUL)

Campo Grande, Ed. C8, Lisboa

Pouco depois de assumirem corajosamente a responsabilidade pelo renascimento da física dos *wormholes* [1], Morris e Thorne aperceberam-se que podiam utilizá-los como máquinas do tempo [2]. A aparente facilidade teórica com que se transforma um *wormhole* numa máquina do tempo é verdadeiramente assombrosa. Porém, esta transformação parece violar a causalidade pois vem acompanhada de paradoxos como é, por exemplo, o paradoxo do avô, em que um viajante regressa ao passado e assassina o seu avô, impedindo o nascimento do seu pai. Mas se o viajante existe pode perguntar-se: quem o procriou? Alguém que nunca chegou a existir? As viagens ao passado ou mesmo a mera possibilidade de enviar sinais para trás no tempo, abrem uma verdadeira boceta de Pandora [3] de quebra cabeças e paradoxos.

Como as noções da causalidade são fundamentais na construção das teorias físicas e na visão que os físicos têm da natureza, as viagens no tempo e seus paradoxos têm que ser tratados com muita cautela. Em geral, invocam-se as consequências estranhas dos paradoxos para negar a possibilidade de viajar no tempo, tal como outrora os paradoxos de Zenão foram utilizados para provar a impossibilidade do movimento.

Note-se que são as viagens ao passado que suscitam as maiores dificuldades, porque são estas que aparentemente violariam a causalidade. Viajar para a frente no tempo é conceptualmente fácil e não exige uma nova física. Na física newtoniana, com o seu tempo absoluto, todos nós viajamos para o futuro a uma taxa constante, igual para todos os observadores. **Com a relatividade restrita abre-se a possiblidade de alguns observadores viajarem mais depressa no tempo do que outros.** Por exemplo, no célebre paradoxo dos gémeos [4] um deles fica em casa, num referencial inercial, e o outro afasta-se a grande velocidade até uma galáxia distante e depois regressa a casa à mesma velocidade. Ao reencontrar-se com o gémeo que permaneceu em casa, o viajante descobre que experimentou um intervalo de tempo muito menor do que o do seu irmão. O regresso a casa é uma verdadeira "viagem ao futuro" do primeiro gémeo e de todos os habitantes da Terra. Em cada um dos percursos de ida e volta, o viajante observa o tempo dilatado por um factor de $1/(1-v^2/c^2)^{1/2}$, onde v é a velocidade do viajante em relação à Terra e c é a velocidade da luz.

Quando nos referimos a um paradoxo podemos estar a invocar duas definições diferentes que, embora concisas e sucintas, têm significados diametralmente opostos: a primeira é a de uma inconsistência lógica num argumento aparentemente plausível;

a segunda definição é a de uma inconsistência aparente num argumento perfeitamente correcto. Note-se que o paradoxo dos gémeos da Relatividade Restrita reduz-se ao segundo tipo.

Os paradoxos podem ser classificados em duas categorias, nomeadamente os paradoxos de consistência e os de *loops* causais. O paradoxo do avô engloba-se no primeiro tipo. Um exemplo de um paradoxo de *loops* causais é o de um viajante que é lançado para o futuro. Este regressa com um manual que contém os planos de construção de uma máquina avançada. A máquina existe no futuro porque foi construida pelo viajante no passado. A sua construção foi possível no passado porque o viajante regressou com o manual do futuro. Ambas as partes consideradas em si mesmas são consistentes e o paradoxo só surge quando analisado como um todo. Perguntar-se-ia qual é a origem da máquina, pois aparentemente surge do nada.

Ainda o mais estranho é que ao perturbar um paradoxo de *loops* causais originamos um paradoxo de consistência. Por exemplo, suponhamos que o viajante, por livre-arbítrio recusa-se a viajar ao futuro, impedindo assim a recepção do manual que já tinha recebido de si mesmo no passado. Temos de novo um paradoxo de consistência.

Dada a dificuldade do tema e o enorme número de referências existentes na literatura, organizámos este trabalho em duas partes. Na primeira, começamos por analisar as viagens no tempo na Relatividade Restrita, descritas por taquiões: partículas hipotéticas que viajam mais rápido do que a luz, e depois, as viagens previstas no contexto dos *wormholes* transitáveis, já no âmbito da Relatividade Geral. O paradoxo dos gémeos foi já discutido em [4] com algum pormenor**.** Na segunda parte, analisamos algumas geometrias clássicas Lorentzianas, que são soluções das equações de Einstein, e que geram máquinas do tempo [5]. A Relatividade Geral está contaminada por geometrias não-triviais que admitem **curvas temporais fechadas**. Estas estranhas trajectórias descrevem caminhos no espaço-tempo que correspondem a um movimento para a frente no tempo local mas que terminam onde e quando começaram. Uma curva temporal fechada é, neste sentido, uma **máquina do tempo**, pois um viajante que percorre uma trajectória no espaço-tempo ao longo dessa curva, depara-se consigo próprio a iniciar a viagem quando regressa ao acontecimento da partida. Mais geralmente, diz-se que um espaço-tempo que contem curvas temporais fechadas, localizadas num região, tem uma máquina do tempo.

Na conclusão apresentamos algumas das correntes de pensamento actuais e conjecturas que nos auxiliam a compreender melhor a verdadeira dimensão das viagens no tempo.

1 Taquiões

O taquião (que em Grego significa rápido) é uma partícula hipotética que viaja mais rapidamente do que a luz. Contrariamente ao que se afirma em muitos textos introdutórios de Relatividade Restrita, a sua existência não viola esta teoria, embora seja necessário modificar algumas das noções tradicionais de causalidade [6].
Na formulação da Relatividade Restrita a energia, E, e o momento linear, p, de uma partícula são dados por:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

em que *m* é a massa (própria) da partícula, *c* é a velocidade da luz e *v* é a velocidade da partícula no referencial do observador.

A dificuldade com os taquiões é a seguinte: de acordo com as equações acima descritas, ambas as quantidades, *E* e *p*, são imaginárias para $v > c$. Para terem existência física, *E* e *p* têm que ser reais. O problema aparentemente pode ser ultrapassado postulando que a massa dos taquiões é imaginária. Logo, se $m = i\mu$ (com $i = \sqrt{-1}$), a energia e o momento tomam as seguintes formas:

$$E = \frac{\mu c^2}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}, \qquad p = \frac{\mu v}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}$$

com $v > c$. E, portanto, a relação fundamental da dinâmica relativista toma a forma

$$E^2 = p^2c^2 - \mu^2c^4$$

Enquanto que para as partículas subluminais a energia e o momento linear são funções crescentes de *v* no domínio $0 < v < c$, para os taquiões são funções decrescentes em $c < v < \infty$.

As viagens no tempo são induzidas quando se considera o movimento relativo entre observadores que trocam taquiões. Por exemplo, consideremos dois observadores, ***A*** e ***B***, separados por uma distância x_0 no instante $t=0$, com ***B*** afastando-se de ***A*** com uma velocidade *v* ($v < c$) segundo o eixo dos *xx*. ***A*** emite um taquião com uma velocidade *u* ($u > c$) na direcção de ***B*** em $t=0$ (no seu referencial). Logo após a sua recepção, ***B*** emite um segundo taquião na direcção de ***A*** (com uma velocidade $-u$ no referencial de ***B***). A transformação de Lorentz das velocidades permite escrever que o segundo taquião será recebido por ***A*** num intervalo de tempo:

$$t_{rec} = \frac{x_0}{(u-v)^2}\left[u - v + u\left(1 - \frac{uv}{c^2}\right)\right]$$

Note que $t_{rec} = t_{ida} + t_{volta}$ e que na ida temos $x=x_0+vt=ut$, pelo que $t_{ida} = x_0/(u-v)$. Para calcular o tempo de volta precisamos da velocidade do segundo taquião em relação a ***A***, ou seja, $(u-v)/(1-uv/c^2)$, pelo que o tempo de volta se pode escrever:

$$t_{volta} = x(1 - uv/c^2)/(u-v) = x_0u(1-uv/c^2)/(u-v)^2 .$$

Se $v=0$, temos $t_{rec}=2x_0/v$ e não ocorre qualquer violação da causalidade, apesar de $u>c$. As anomalias causais ocorrem se $t_{rec}<0$, i.e., se o observador ***A*** recebe o segundo taquião antes de enviar o primeiro. Para um dado valor de $u>c$, existe um valor crítico de *v* acima do qual há sempre anomalia causal. O valor de *v* a partir do qual se observam violações de causalidade é tanto mais baixo quanto maior for $u>c$. Se $v \to c$, $t_{rec} \to -x_0/c$, qualquer que seja o valor da velocidade taquiónica, pelo que é sempre possível encontrar uma anomalia causal para velocidades suficientemente altas entre os observadores. Por outro lado, como existe sempre um domínio em que $t_{rec}>0$, nomeadamente para baixos valores de *u*, considerar velocidades mais rápidas do que a luz nem sempre é sinónimo de viagens no tempo.

2 De *Wormhole* a Máquina do Tempo

Uma das características mais fascinantes da física de *wormholes* transitáveis é a sua *aparente* facilidade em gerar máquinas do tempo. Para efectuar a análise matemática, é útil recorrer a uma experiência de pensamento (*gedanken)* que separa claramente os passos sucessivos na criação da máquina do tempo [5]. Os passos são os seguintes:

1. Adquirir e manter um *wormhole* transitável.
2. Induzir um desfasamento temporal entre as duas bocas.
3. Aproximar as duas bocas.

É apenas a indução do desfasamento temporal, no segundo passo, que vai depender intrinsicamente de efeitos relativistas. A criação *aparente* da máquina do tempo no terceiro passo pode efectuar-se de uma maneira adiabática e não-relativista.

2.1 Um *wormhole* transitável

Suponhamos que uma civilização genericamente avançada adquiriu e continua a manter um *wormhole* transitável, tal como foi descrito em [7]. Recordemos que Mike Morris e Kip Thorne recorreram à possibilidade teórica, existente no contexto da física quântica, de a densidade de energia numa dada região do espaço-tempo poder ser negativa, para construirem matematicamente um *wormhole* transitável. Em [7] mostra-se que a relatividade geral prevê que o *wormhole* colapse em menos tempo que o necessário para a luz o atravessar se nao for preenchido por essa energia negativa. É a natureza repulsiva do campo gravitacional associado à energia negativa que suporta o *wormhole*, tornando-o transitável. Consideremos um *wormhole* transitável com um túnel extremamente curto imerso no espaço-tempo de Minkowski. Esta aproximação despreza as complicações relacionadas com a espessura da garganta, que vamos considerar nula.

O *wormhole* é agora modelado pelo espaço-tempo de Minkowski com duas linhas de universo temporais (as bocas do *wormhole*) identificadas. Por simplicidade podemos considerar que as bocas estão inicialmente em repouso relativo, e que ligam *tempos iguais* no referencial de repouso destas. Matematicamente isso significa que estamos a considerar o espaço-tempo (3+1)-dimensional de Minkowski com as duas linhas de universo identificadas:

$$l_1^{\mu}(\tau) = \bar{l}_0^{\mu} - \frac{1}{2} S^{\mu} + \tau U^{\mu}$$

$$l_2^{\mu}(\tau) = \bar{l}_0^{\mu} + \frac{1}{2} S^{\mu} + \tau U^{\mu}$$

onde U^{μ} é um 4-vector temporal arbitrário, S^{μ} é ortogonal a U^{μ}, logo é um 4-vector espacial,e l_0^{μ} é um 4-vector temporal constante completamente arbitrário. O centro de massa do par de bocas do *wormhole* tem a seguinte linha de universo: $\bar{l}^{\mu}(\tau) = \bar{l}_0^{\mu} + \tau U^{\mu}$.

O 4-vector S^μ descreve a separação das bocas do *wormhole*, sendo $S^\mu S_\mu = s^2 > 0$, o intervalo invariante que fornece a distância de um ponto na garganta do *wormhole* em relação a si mesmo, medida no espaço exterior.

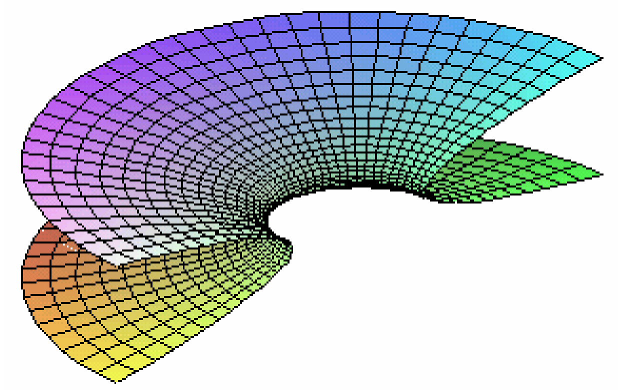

fig.1 Um *wormhole* transitável com um túnel extremamente curto imerso no espaço-tempo. Essa aproximação despreza as complicações relacionadas com a espessura da garganta, que podemos considerar nula.

É através do passo seguinte, o da indução de um desfasamento temporal, que com uma simples manipulação *aparentemente* se tranforma um *wormhole* numa máquina do tempo.

2-Como induzir um desfasamento temporal

O penúltimo passo na construção da máquina do tempo implica a indução de um desfasamento temporal entre as duas bocas do *wormhole* transitável. Por simplicidade consideremos o referencial de repouso das duas bocas. Sem perda de generalidade podemos considerar que $U^\mu = (1,0,0,0)$ e $S^\mu = s(0,0,0,1)$ respectivamente. Consideremos, por simplicidade, que $\bar{l}_0^{\,\mu} = (0,0,0,0)$. As linhas de universo tomam agora a seguinte forma:

$$l_1^{\,\mu}(\tau) = \left(\tau, 0, 0, -\frac{s}{2}\right), \quad l_2^{\,\mu}(\tau) = \left(\tau, 0, 0, \frac{s}{2}\right)$$

Alterando a notação $\tau \to t$, e efectuando uma translacção de $s/2$ ao longo do eixo do z, vem:

$$l_1^{\,\mu}(t) = (t,0,0,0)$$
$$l_2^{\,\mu}(t) = (t,0,0,s)$$

As duas linhas de universo são identificadas, devido ao comprimento extremamente pequeno do túnel:

$$(t,0,0,0) \equiv (t,0,0,s).$$

A indução de um desfasamento temporal entre as duas bocas implica um *wormhole* com a seguinte identificação:

$$(t,0,0,0) \equiv (t+T,0,0,l)$$

em que T é o desfasamento temporal e l é a distância entre as duas bocas.

Existem vários processos físicos de obter o desfasamento temporal. Entre eles destacamos os seguintes:

(i) Paradoxo dos gémeos da Relatividade Restrita:

A maneira mais simples de induzir um desfasamento temporal é por intermédio do famoso “paradoxo” dos gémeos (fig.2). Recordemos primeiro em que consiste este falso paradoxo. Muitas resmas de papel foram já escritas sobre este tema ao longo de várias dezenas de anos, cremos que desnecessariamente. Talvez a grande dificuldade seja a de aceitar a dilação do tempo como real. Do ponto de vista actual, passados quase cem anos após a construção da Relatividade Restrita, é já difícil compreender o fascínio com este problema, ou mesmo o de reconhcê-lo como um problema. O dito “paradoxo” consiste em transportar um relógio (**B**) de um certo ponto, onde se encontro em repouso um relógio (**A**) até outro ponto e depois de volta a (**A**), verificando-se que o relógio móvel (**B**) se atrasa em relação ao relógio fixo (**A**). Sendo os relógios idênticos (tal como dois gémeos) e o movimento relativo parece que à primeira vista que chegamos a um resultado absurdo. Então o gémeo (**B**) não poderá reclamar que ele estava em repouso (no seu referencial) e era o gémeo (**A**) que estava em movimento? Mas, na realidade não há simetria entre os dois gémeos. Enquanto (**A**) se mantém num referencial inercial, o outro terá necessariamente que residir num referencial acelerado, pelo menos durante algum tempo da sua viagem. Apliquemos agora a situação a um *wormhole*. Temos então dois gémeos, um em cada uma das bocas de um *wormhole*. Um dos gémeos (**B**) entra em movimento, a grande velocidade, voltando a reencontrar o outro gémeo (**A**), que se manteve em repouso (ou mais adequadamente, numa trajectória geodésica do espaço-tempo), mais tarde. Atendendo à dilatação do tempo, ou à geometria do espaço-tempo de Minkowski, o tempo próprio de **B** é inferior ao tempo próprio de **A**. Como os dois gémeos se mantiveram ligados às respectivas bocas durante a viagem, estas apresentam agora um desfasamento temporal.

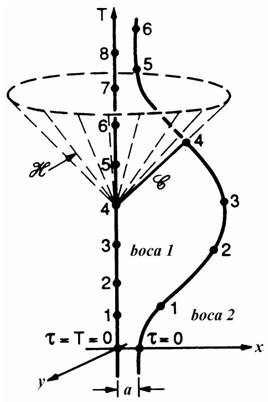

fig.2 *Wormhole* como máquina do tempo no “paradoxo” dos gémeos. Curvas temporais fechadas formam-se a partir de t=4.

O desfasamento temporal induzido por este processo é dado simplesmente por:

$$T = \Delta\tau_A - \Delta\tau_B = \int_i^f \left(\frac{1}{\gamma_A} - \frac{1}{\gamma_B} \right) dt$$

como se pode ver imediatamente. Suponhamos que uma das bocas, ***A***, está em repouso num referencial de inércia, e por isso descreve uma geodésica no espaço-tempo de Minkowski. A outra boca, ***B***, inicialmente em repouso, move-se a uma velocidade elevada e regressa ao ponto de partida, próximo de ***A***. Sendo um caminho fechado no espaço-tempo, a trajectória de ***B*** não poderá ser geodésica.

O intervalo temporal, $\Delta\tau_B$, entre estes dois acontecimentos (o ínicio e o fim da viagem) medido num relógio comóvel com ***B*** é necessariamente menor do que o intervalo, $\Delta\tau_A$, entre os mesmos dois acontecimentos medido em ***A***, pois o caminho geodésico entre os dois acontecimentos é o mais longo.

Então, o relógio em ***B*** sofre um retardamento de $\Delta\tau_A - \Delta\tau_B$, o desfasamento temporal, que é representado por:

$$T = \Delta\tau_A - \Delta\tau_B$$

Generalizando, se ambas as bocas estão em movimento em relação a um determinado referencial de inércia, temos as seguintes relações:

$$d\tau_A = \frac{dt}{\gamma_A}$$
$$d\tau_B = \frac{dt}{\gamma_B}$$

Finalmente, integrando, obtemos a expressão acima.

Apresentemos a seguinte experiência de pensamento (*gedanken*) para demonstrar a transformação de um *wormhole* numa máquina do tempo, utilizando a Relatividade Restrita [8]. Suponhamos que uma das bocas do *wormhole* está em repouso na Terra, enquanto que a outra está no espaço interstelar, afastando-se da Terra a uma velocidade próxima da velocidade da luz. Apesar do movimento relativo das duas bocas, consideremos que o comprimento do *wormhole*, i.e., o comprimento do túnel através do hiperespaço, mantém-se constante.

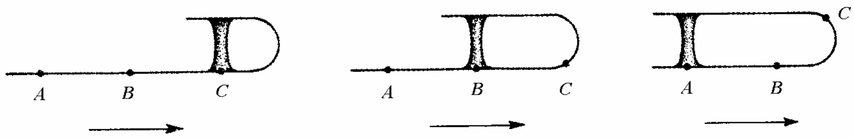

fig.3 O comprimento do túnel do wormhole mantém-se fixo, enquanto que as duas bocas estão animadas com um movimento relativo no universo exterior. Cada figura representa um diagrama de imersão de um wormhole. Relativamente ao hiperespaço, a parte inferior do universo desliza para a direita, enquanto que o wormhole na parte superior mantém-se em repouso.

Logo, vistas do espaço exterior as bocas estão em referenciais diferentes; referenciais que têm uma velocidade relativa elevada. Atendendo à Relatividade Restrita, **o tempo flui de um modo diferente nas duas bocas**. Por outro lado, vistas através do interior do

wormhole, as bocas estão em repouso relativo devido ao comprimento fixo do túnel, o que significa que **o tempo flui à mesma taxa em ambas**.
Verifica-se que o tempo está relacionado de um modo diferente medido através do túnel do *wormhole* e através do universo exterior com as duas bocas em movimento relativo. É com esta diferença que uma civilização infinitamente avançada poderá construir uma máquina do tempo. Para assentar ideias, consideremos outra experiência, análoga ao *"paradoxo dos gémeos"* da relatividade restrita. Suponhamos que obtemos um *wormhole* com um túnel extremamente curto, em que uma das bocas reside na sala **A**, enquanto que a outra encontra-se na sala **B**. Por simplicidade, consideremos que inicialmente o tempo medido através do *wormhole* coincide com o tempo observado no seu exterior. Em seguida, um viajante efectua uma viagem com a respectiva boca do *wormhole* a bordo de uma nave espacial, partindo da sala **B** às 10h00 no dia 1 de Janeiro de 2000.
Afastando-se da Terra a uma velocidade próxima da velocidade da luz durante seis horas, medidas no seu referencial próprio, o viajante inverte o sentido da viagem aproximando-se novamente e aterra a nave na sala **B** doze horas após a sua partida. Observado **através** do *wormhole* durante toda a viagem, um obervador concorda que o regresso da nave efectua-se às 22h00 no dia 1 de Janeiro de 2000. Agora, às 22h01, o observador afasta-se do *wormhole* e ao entrar na sala **B** depara-se com uma sala vazia. Se este possuisse um telescópio potente, observaria a nave a afastar-se da Terrra a uma elevada velocidade. A sua viagem medida na Terra, observada no exterior do *wormhole*, levaria dez anos (relembremos o paradoxo dos gémeos).

Após dez anos, medidos no exterior do *wormhole*, a nave regressa às 10h00 no dia 1 de Janeiro de 2010 e encontra-se o viajante envelhecido apenas doze horas. Ao entrar na boca assente na nave e ao sair na outra boca na sala **A**, o observador depara-se consigo próprio dez anos mais novo. Isto é possível porque a boca que efectuou a viagem regressou às 22h00 no dia 1 de Janeiro de 2000, no seu próprio referencial. Atendendo ao comprimento fixo do túnel a outra boca encontra-se em repouso relativo, e consequentemente observado através do *wormhole* esta também regista o mesmo tempo, 22h00 no dia 01/01/2000. O *wormhole* transformou-se numa máquina do tempo.

<u>(ii) Dilatação do tempo na Relatividade Geral:</u>

Um metodo alternativo é a indução de um desfasamento temporal por efeitos da dilatação do tempo na Relatividade Geral gerado pelo desvio para o vermelho gravitacional. Coloca-se as duas bocas em potenciais gravitacionais diferentes durante um determinado intervalo de tempo diferente. Por exemplo, podemos colocar uma das bocas na vizinhança de uma estrela de neutrões ou de um buraco negro.

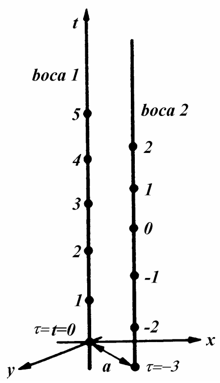

fig.4 As bocas estão em repouso relativo e as curvas temporais fechadas preenchem todo o espaço-tempo.

O desfasamento temporal induzido neste caso é dado por:

$$T = \int_i^f \left(\sqrt{g_{00}(x_1)} - \sqrt{g_{00}(x_2)}\right)dt$$

Os mecanismos acima descritos apenas induziram um desfasamento temporal entre as duas bocas. Apenas se gera uma máquina do tempo no seguinte e último passo.

3-Aproximar as duas bocas

Na presença de um *wormhole* com um desfasamento temporal, o último passo na construção de uma máquina do tempo é relativamente simples. Aproximam-se apenas, de uma forma adiabática, as duas bocas uma em relação à outra. O comprimento invariante de uma curva que atravessa o *wormhole* é:

$$s^2(t) = \left\| l_1^{\mu}(t) - l_2^{\mu}(t) \right\|^2 = \left\| (T, 0, 0, l(t)) \right\|^2 = l^2(t) - T^2$$

Forma-se uma máquina do tempo a partir do momento em que a distância física, l, é menor do que o desfasamento temporal, T, ou seja, $S^{\mu} S_{\mu} = s^2 < 0$, i.e., surgem curvas temporais fechadas (o 4-vector S^{μ} é agora temporal!).

Neste artgo foi analisado o comportamento temporal de taquiões e de *wormholes* transitáveis. Num outro artigo, que poderá ser publicado noutra publicação, consideraremos soluções das equações de Einstein que geram curvas temporais fechadas, e estipularemos as conjecturas que nos ajudarão a compreender melhor as viagens no tempo.

Bibliografia

[1] Morris, M., e K.S. Thorne (1988). “Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching General Relativity”, *Am. J. Phys.* **56**: 395-412.

[2] Morris, M., K.S. Thorne, e U. Yurtsever (1988). “Wormholes, Time Machines and the Weak Energy Condition”, *Phys. Rev. Letters* **26**: 1446-1449.

[3] Nahin, P.J. (1993). “Time Machines: Time travel in Physics, Metaphysics and science fiction”, American Institute of Physics, New York.

[4] Crawford, P. e Simões, A. I., (1986). “Tempo e Relatividade I.” *Gazeta de Física* **9**: 36-40.

[5] Visser, M. (1995). “Lorentzian Wormholes: From Einstein to Hawking”, American Institute of Physics Press.

[6] Crawford, I.A. M. (1985). “Some thoughts on the Implications of Faster-Than-Light Interstellar Space Travel”, Royal Astronomical Society. *Q.J.R. astr. Soc.* **36**: 205-218.

[7] Lobo, F e Crawford, P (1999). “Wormholes: túneis no espaço-tempo”, *Gazeta da Física*.

[8] Thorne, K.S. (1995). “Black Holes and Time Warps: Einstein’s Outrageous Legacy”, Papermac.

[9] Frolov, V.P., e Novikov, I.D. (1990). “Physical effects in wormholes and time machines”, *Phys. Rev. D* **42**: 1057-1065.

[10] Friedman, J., Morris, M.S., Novikov, I.D., Echeverria, F., Klinkhammer, G., Thorne, K.S., e Yurtsever, U. (1990). “Cauchy problem in spacetimes with closed timelike curves”, *Phys. Rev. D* **42**: 1915-1930.

Lista de figuras