A génese da teoria da relatividade geral ou a longa história do princípio da equivalência

Paulo Crawford

Departamento de Física da FCUL Centro de Astronomia e Astrofísica da UL

O ano internacional da física comemora o centenário das publicações de Albert Einstein de 1905, cinco publicações em três áreas distintas que mudaram a forma como se olha a física. Neste artigo optámos por nos centrar na génese da teoria da relatividade geral, a teoria da gravitação de Einstein que nasce da preocupação de estender o princípio da relatividade a todos os observadores. Por isso, neste trabalho se dá uma atenção muito particular ao papel do princípio da equivalência (PE), que vai permitir a Einstein lidar com estas duas questões: a gravidade e os observadores acelerados. Num outro artigo neste volume, discutem-se os problemas da recepção e apropriação da relatividade em Portugal, no rescaldo da expedição à ilha do Príncipe para verificar o encurvamento dos raios luminosos rasando o Sol durante um eclipse, uma das previsões da teoria de Einstein cuja construção foi acompanhada de metamorfoses sucessivas do PE.

O PE foi um critério de grande utilidade na construção da teoria da gravitação de Einstein. Não só lhe permitiu generalizar a relatividade dos movimentos uniformes aos movimentos acelerados, como lhe proporcionou a antevisão de algumas das previsões da teoria final, bem como contribuiu para a transposição de etapas marcantes, ao mesmo tempo que foi evoluindo à medida que a teoria se aproximava da sua forma definitiva.

'O pensamento mais feliz da minha vida'

Einstein completou a sua teoria da relatividade geral em Novembro de 1915, após um longo percurso de oito anos que se inicia com uma reflexão acerca da equivalência entre movimento acelerado e gravidade. Ao postular que um

observador não pode distinguir os efeitos da gravidade dos da aceleração, se observar o fenómeno na sua vizinhança imediata, Einstein estende a relatividade do movimento a todos os observadores, ao mesmo tempo que constrói uma nova teoria da gravitação; desta forma ultrapassa a limitação da relatividade restrita, que estabelece uma equivalência para uma classe privilegiada—os observadores inerciais. Na presença de um campo gravitacional é indispensável poder considerar observadores acelerados.

Realmente Einstein não ficou satisfeito com a relatividade restrita por muito tempo. Sentia uma forte necessidade de generalizar o princípio da relatividade dos movimentos uniformes aos movimentos arbitrários. E em 1907, ao preparar um artigo de revisão encomendado por Johannes Stark, tem a ideia brilhante de analisar (localmente) um campo gravítico, no referencial de um observador em queda livre. Conforme recorda num artigo publicado em 1919: "Então ocorreu-me o pensamento mais feliz [die glückichste Gedanke] da minha vida [...] tal como o campo eléctrico gerado pela indução electromagnética, o campo gravitacional só tem uma existência relativa. Porque, para um observador em queda livre do telhado de uma casa, não existe campo gravitacional durante a queda. O facto experimental da aceleração devida à gravidade não depender do material é assim um argumento poderoso para estender o postulado da relatividade aos sistemas em movimento relativo não uniforme." (Pais, 178).

A extensão do postulado da relatividade traz, no entanto, alguns problemas. Dados dois observadores com aceleração um em relação ao outro, qualquer deles pode afirmar que está em repouso se aceitar ignorar a presença ou não de um campo gravitacional. Vamos ilustrar isto com duas situações.

Primeiro consideremos o caso do observador X, a cair do telhado como no exemplo de Einstein. Por breves momentos, sentir-se-á como um astronauta moderno a descrever uma órbita circular em torna da Terra numa nave espacial. Seja agora o observador Y alguém que observa o infeliz a cair do telhado a acelerar durante a queda, a partir do conforto do seu laboratório, em repouso no campo gravítico da Terra. Para o observador X, em queda livre, não parece haver campo gravitacional. Se desejar, pode afirmar que ele está em repouso e que Y está acelerando para cima.

Num segundo exemplo, imaginemos dois astronautas lado a lado, à deriva no espaço vazio distante, longe dos efeitos de qualquer campo gravítico.

Um deles, astronauta A, liga num certo instante os motores da sua nave e inicia um movimento acelerado. De acordo com o astronauta B, em movimento uniforme, A está acelerado; porém, se quiser, A poderá admitir que está em repouso num campo gravitacional que surgiu de repente quando os seus motores foram ligados, e que a nave de B está em queda livre nesse campo gravitacional.

É fácil concluir que a 'relatividade da aceleração' nestes dois exemplos é diferente da relatividade do movimento uniforme na relatividade restrita. Enquanto os observadores em movimento relativo uniforme são totalmente equivalentes do ponto de vista das leis físicas, os dois observadores em movimento relativo não uniforme não são. Em primeiro lugar, a hipótese (1a), a queda livre num campo gravitacional, é diferente da hipótese (1b), a resistência à atracção gravítica. Em segundo lugar, estar à deriva no espaço vazio (2a), em movimento uniforme, é diferente de acelerar no espaço exterior (2b). Em ambos os casos a 'relatividade da aceleração' não traduz relatividade do movimento no sentido de uma equivalência de estados. Porém, o par (1a)-(2a): a queda livre num campo gravítico e o movimento uniforme no espaço exterior (situações do observador X e astronauta B), bem como o par (1b)- (2b): resistindo à atracção gravítica e acelerando no espaço exterior, são situações (localmente) equivalentes (situações do observador Y e astronauta A).

Justifica-se plenamente o entusiasmo de Einstein pela "pela ideia mais feliz da sua vida", mas vemos que isso não lhe permite generalizar em absoluto a equivalência entre todos os movimentos acelerados. O princípio de Galileu, de que todos os corpos caiem com a mesma aceleração num campo gravitacional, não tem uma explicação na teoria de Newton. Foi incorporado nesta teoria através da igualdade numérica entre massas inerciais e massas gravitacionais. Mas esta coincidência não é aqui explicada. Einstein conclui correctamente que esta igualdade sugere uma conexão íntima entre aceleração e gravidade, a que chamou PE. Este princípio foi crucial na construção da sua teoria da gravitação, mas só quando a concluiu em Novembro de 1915 foi possível depreender exactamente a natureza desta conexão. Isto não o impediu de confiar fortemente no PE desde o início.

Einstein não é o único físico a tentar conciliar a teoria da gravitação com o princípio da relatividade, mas é o único que procura estender este princípio aos observadores acelerados. Pelo contrário, outros físicos procuraram incorporar a gravidade directamente na teoria da relatividade restrita. Seria talvez razoável pensar-se que essa era a tentativa mais lógica: conciliar a teoria da gravitação de Newton com os recentes conceitos de espaço e de tempo nascidos com a relatividade restrita de Einstein. E na verdade alguns investigadores mostraram que era possível construir uma teoria consistente a partir dessas duas. Então porque é que Einstein rejeitou essa formulação? Precisamente porque um tal casamento contrariava o seu PE.

Como a aceleração no espaço-tempo de Minkowski equivale à sensação de resistir à atracção da gravidade, Einstein foi capaz de deduzir algumas características dos campos gravitacionais a partir do estudo de movimentos acelerados no espaço-tempo de Minkowski, muito antes de ter completado a sua teoria. Em particular, examinou a situação de um observador num disco a rodar em torno de um eixo que passa pelo centro. Apelando ao PE, pensou que o observador em rotação com o disco podia considerar-se em repouso e atribuir a força centrífuga devida à aceleração centrípeta à existência de um campo gravitacional centrífugo. Formulou em seguida a questão: qual a razão entre o perímetro do disco e o seu raio para um observador em rotação com o disco e para um outro observador próximo mas em repouso? O observador em repouso dará a resposta da geometria euclidiana e dirá que é 2π; mas o observador em rotação, para quem as réguas colocadas ao longo da circunferência do disco estão contraídas no sentido do movimento, dirá que a razão é maior do que 2π, visto que o raio do disco fica inalterado e são necessárias mais réguas para perfazer o perímetro do disco. Isto significa que, para esse observador, a geometria espacial do disco a rodar não é euclidiana. Einstein é assim levado a pensar que para um observador num campo gravitacional, de acordo com o PE, a geometria espacial também não deverá, em geral, ser euclidiana. A análise deste problema deve ter contribuído decisivamente para a ideia de representar a gravidade pela curvatura do espaço-tempo (Howard e Stachel, 48-62).

Princípio da equivalência e espaço-tempo curvo

Reconhecendo que a gravidade faz parte do tecido do espaço-tempo, como se depreende da análise do disco a rodar, é possível dar uma formulação mais precisa do PE. Na linha da analogia que Einstein usou em 1919, citada

acima, a relatividade restrita permitiu clarificar como os campos eléctricos e magnéticos são partes de uma única entidade, o campo electromagnético, que se separa nas componentes eléctrica e magnética para diferentes observadores. De modo semelhante, a relatividade geral clarifica como a estrutura inercial do espaço-tempo e o campo gravitacional não são duas entidades separadas mas duas componentes de uma única entidade, o campo inércio-gravitacional. A estrutura inercial determina as trajectórias das partículas livres. A gravidade afecta igualmente todas as partículas, independentemente da sua natureza, desviando-as das trajectórias livres. Estas regras são observadas por *todas* as partículas, e determinadas pela mesma entidade, o campo inércio-gravitacional representado pelo espaço-tempo curvo. A conexão entre aceleração (ou inércia) e gravidade traduz-se por uma unificação dos conceitos e não pela redução de um conceito ao outro, como aconteceu quando discutimos acima a 'relatividade da aceleração' e a aceleração foi reduzida à gravidade.

Vejamos então como devemos descrever o movimento não uniforme neste novo quadro. A queda livre num campo gravitacional (1a) e o movimento uniforme no espaço vazio (2a) são ambos representados como movimentos ao longo das linhas mais direitas possíveis de uma geometria que em geral será a de um espaço-tempo curvo. Essas linhas são chamadas *geodésicas*. Resistir à atracção da gravidade (1b) e acelerar no espaço exterior (2b) são duas situações ambas representadas por trajectórias não-geodésicas. E visto que não é possível transformar geodésicas em não-geodésicas ou vice-versa por uma mudança de referencial, existe uma diferença absoluta entre (1a) e (1b), assim como entre (2a) e (2b). Logo, o conceito de aceleração absoluta persiste quer na relatividade restrita quer na relatividade geral devido à distinção absoluta entre movimento geodésico e não-geodésico.

Mas Einstein não desistiu facilmente da sua cruzada contra o movimento absoluto. Tendo compreendido que a gravidade se manifestava através da curvatura do espaço-tempo, avança com uma nova estratégia para estender o princípio da relatividade do movimento uniforme a qualquer estado do movimento. Para conseguir descrever o espaço-tempo curvo, Einstein começou por recordar, quando ainda se encontrava em Praga, o que havia estudado sobre a teoria das superfícies do grande matemático alemão do século XIX Carl-Friedrich Gauss. No caso de uma superfície a duas dimensões, como a superfície da Terra,

precisamos de um mapa, uma grelha que associa a cada ponto da superfície duas coordenadas, e um conjunto de números que convertem distâncias coordenadas, ou seja, distâncias medidas no mapa, a distâncias reais medidas na superfície. Este conjunto de números forma um quadro com as componentes de um objecto conhecido por *tensor métrico*. Em geral estes quadros de números são diferentes de ponto para ponto. A conversão de distâncias coordenadas em distâncias físicas na superfície é assim dada por um campo, *campo tensorial métrico*, que associa um tensor métrico a cada ponto.

Vamos exemplificar com um exemplo muito simples. Num mapa da Terra, os países mais próximos do equador parecem mais pequenos do que os países próximos dos pólos. Os factores de conversão das distâncias coordenadas (do mapa) em distâncias físicas reais (na superfície da Terra) são portanto maiores junto do equador do que nos pólos. O campo tensorial métrico varia de ponto para ponto, tal como o campo electromagnético. Além disso, no mesmo ponto, o factor de conversão das distâncias na direcção norte-sul difere do factor de conversão das distâncias leste-oeste. O tensor métrico num ponto varia de modo diferente em diferentes direcções.

Para lidar com espaços-tempo curvos a quatro dimensões, Einstein teve que recorrer à geometria diferencial de Bernhard Riemann, Gregorio Ricci e Tulio Levi-Civita, para o que beneficiou do apoio do seu amigo e colega Marcel Grossmann. No caso do espaço-tempo quadri-dimensional da teoria de Einstein, o tensor métrico, que tem dez componentes independentes, desempenha um duplo papel: descreve a geometria do espaço-tempo e o próprio campo gravitacional. A energia – quer a residente na matéria quer a que reside nos outros campos além do gravitacional – é a fonte dos campos gravitacionais que satisfazem equações diferenciais de segunda ordem no campo métrico. Para completar seu edifício Einstein teve que obter estas equações, chamadas equações de campo para o campo tensorial métrico.

Einstein esperava encontrar equações de campo que mantivessem a sua forma numa transformação geral das coordenadas. Quando isto acontece, a descrição esboçado no parágrafo anterior conduz-nos a equações que satisfazem o chamado princípio da *covariância geral*. Isto significa que podemos associar qualquer sistema de coordenadas (bem comportadas) aos pontos do espaçotempo. Claro que cada uma dessas escolhas é automaticamente acompanhada

pelos seus próprios factores de conversão de distâncias e tempos coordenados em distâncias e tempos físicos. Ou seja, o tensor métrico, com a informação sobre a geometria do espaço-tempo, será representado por diferentes funções matemáticas consoante as coordenadas respectivas. Einstein acreditava que se obtivesse equações de campo geralmente covariantes, toda a sua teoria seria invariante numa transformação arbitrária das coordenadas e isso seria suficiente para garantir a extensão do princípio da relatividade a observadores arbitrários. Na verdade, na relatividade restrita, a invariância de Lorentz exprime a relatividade do movimento uniforme. Assim se compreende o raciocínio de Einstein: estendendo a invariância de Lorentz à invariância numa transformação arbitrária das coordenadas, automaticamente estendemos a relatividade do movimento uniforme à relatividade dos movimentos arbitrários. Mas aqui Einstein enganou-se.

O raciocínio de Einstein não funcionou porque estamos perante duas tradições diferentes da geometria do século XIX. O trabalho de Minkowski sobre a relatividade restrita insere-se na tradição da geometria projectiva, associada com o chamado *Erlangen Program* de Felix Klein. Nesta abordagem começa-se com a descrição exaustiva do espaço-tempo e depois reduzimo-la aos seus fundamentos essenciais, atribuindo a realidade unicamente aos elementos que são invariantes perante um grupo de transformações que relaciona diferentes perspectivas sobre o espaço-tempo. Este grupo de transformações é depois directamente relacionado com um certo princípio, sendo a mais famosa aplicação o caso do princípio da relatividade, na formulação de Minkowski, que é assim associado ao grupo de transformações de Lorentz.

A relatividade geral está na tradição da geometria diferencial de Gauss e Riemann. Nesta abordagem começa-se com o conjunto dos pontos do espaçotempo despidos de todas as suas propriedades e só depois se adicionam as estruturas geométricas mínimas necessárias para definir distâncias e linhas geodésicas no espaço-tempo. Para garantir que as novas estruturas descrevem unicamente características intrínsecas do espaço-tempo, exige-se que a descrição seja geralmente covariante, isto é, que não dependa da escolha de coordenadas. Trata-se de um procedimento que pode ser aplicado a qualquer espaço-tempo, mas só em certos casos o espaço-tempo resultante possui simetrias, como a invariância de Lorentz no espaço-tempo de Minkowski, que exprimem a

equivalência entre diferentes referenciais e traduzem algum princípio da relatividade. No caso geral não há simetrias e portanto nenhum princípio da relatividade. Isto mostra que a covariância geral não impõe restrições às leis física, nem garante a generalização da relatividade (Kretschmann).

A sobrevivência do espaço(-tempo) absoluto

Antes de ter obtido as suas equações geralmente covariantes em Novembro de 1915, Einstein publicou em colaboração com Marcel Grossmann equações não covariantes. Durante mais de dois anos, entre 1912 e 1915, Einstein manteve aliás um argumento falacioso, embora aparentemente profundo, para justificar por que motivo as equações de campo do tensor métrico não podiam ser covariantes. Segundo este argumento, as equações geralmente covariantes tinham um problema porque a mesma fonte aparentemente dava origem a dois campos métricos diferentes, contrariamente ao que se espera destas equações que é determinar unicamente qual o campo produzido por uma dada fonte (Howard e Stachel, 63-100; Earman, cap. 9). Einstein só se libertou deste argumento porque ao examinar mais de perto os diferentes campos compatíveis com a mesma fonte verificou que eram idênticos. Na origem deste argumento residia o pressuposto que os pontos do espaço-tempo podiam ser individualizados e identificados antes mesmo de serem especificadas as suas propriedades espacio-temporais. Se rejeitarmos esta hipótese o argumento cai pela base. Os alegados campos métricos só diferiam porque diferentes pontos sem estrutura ou características espaciotemporais tomavam a identidade dos mesmos pontos do espaço-tempo. Se os pontos do espaço-tempo não puderem ser individualizados e identificados independentemente das suas propriedades espacio-temporais, já não há diferenças entre os referidos campos tensoriais métricos. Ao concluir isto Einstein retomou as equações geralmente covariantes para descrever o campo gravitacional. Na sua primeira exposição sistemática da teoria em 1916 (Einstein et al. 1972, 141-214), percebe-se que Einstein ainda acreditava que a covariância geral garantia a relatividade do movimento arbitrário.

Mas ainda não tinha passado um ano após a construção da sua teoria geral e já Einstein estava a tentar modificá-la pois percebeu que, tal como estava, a teoria continha vestígios de espaço absoluto e movimento absoluto, duas noções

que Einstein julgava ter banido completamente da física. No outono de 1916, o astrónomo holandês Willem de Sitter (Schulmann [et. al.], Vol. 8, 351-357) chama a atenção para o facto de Einstein ter usado as condições fronteira do espaço-tempo de Minkowski no cálculo dos tensores métricos de várias fontes, e assim reter um resíduo de espaço-tempo absoluto. Em 1917, no decurso de uma longa correspondência com De Sitter, Einstein pensou ter resolvido o problema com a introdução de um modelo estático, esfericamente esférico e espacialmente fechado do universo, evitando a necessidade de condições fronteira no infinito simplesmente eliminando o infinito (Einstein [et al.] 1972, 225-241).

Para construir um modelo estático Einstein foi obrigado a introduzir nas suas equações o famoso "termo cosmológico", responsável por uma "força" antigravítica capaz de equilibrar a atracção da matéria no universo e evitar o seu colapso. Mas em breve De Sitter mostrar-lhe-ia com um contra-exemplo que isso não era verdade. De Sitter construiu um modelo cosmológico alternativo que satisfazia as equações de Einstein com termo cosmológico. Neste universo de De Sitter não existe matéria. De modo que o espaço-tempo absoluto reaparece em toda a sua glória.

Como reacção ao modelo de De Sitter, Einstein formulou o que ele chamava o "princípio de Mach" (Janssen [et. al.], Vol. 7, Doc. 4): o tensor métrico do espaço-tempo é completamente determinada pela matéria do universo e não pode existir sem ela. Einstein estava convencido nessa altura que a introdução da constante cosmológica garantia que a relatividade geral satisfazia este princípio, apesar do contra-exemplo fornecido pela solução de De Sitter. E isto porque para Einstein, o universo de De Sitter não era vazio, mas continha uma vasta quantidade de matéria aí escondida. E concluía que a relatividade geral satisfazia o dito princípio de Mach e assim estava finalmente estabelecida a relatividade dos movimentos arbitrários. Todo o movimento em relatividade geral é movimento em relação ao tensor métrico. Se o tensor métrico pode ser reduzido à matéria, falar de um tal movimento é pois uma forma de falar de movimento em relação à matéria. Parecia ser um argumento inteligente de Einstein mas, infelizmente, a partir de Junho de 1918 ficou claro que a solução de De Sitter não tinha nenhuma matéria escondida e que é um contra-exemplo genuíno do princípio de Mach. Daí em diante Einstein perderia o seu entusiasmo pelo dito princípio, e aceitou que o movimento em relação ao campo métrico nem sempre pode ser traduzido em movimento em relação à matéria. Nas suas lições de Princeton em Maio de 1921, Einstein reformulou a sua objecção contra o espaço(-tempo) absoluto definindo-o como: qualquer coisa que actua mas que não é actuado por nada (Einstein 1956, 99-108). Contrariamente, o espaço-tempo curvo da relatividade geral é uma entidade física que não só actua sobre a matéria, dizendo-lhe como deve mover-se, mas também é actuado pela matéria que lhe diz como deve curvar (tendo-se aqui tomado de empréstimo uma conhecida frase de Misner [et al.], 5).

Esta posição de Einstein seria ainda reforçada com a descoberta da expansão do Universo, primeiro com os trabalhos teóricos fundamentais de Friedmann (1922, 1924) e Lemaître (1927) e depois com as observações de E. Hubble (1929), quando chamou a constante cosmológica o maior erro da sua vida. Mas foi Einstein, nas suas tentativas de generalizar a relatividade do movimento, que lançou as bases da cosmologia relativista. Nesses anos, em que se assistiu ao desenvolvimento da relatividade geral, Einstein ainda haveria de contribuir com trabalho pioneiro sobre ondas gravitacionais, lentes gravitacionais e com a discussão das singularidades do espaço-tempo.

Conclusão

Por volta de 1920 Einstein volta-se para uma questão ainda mais ambiciosa: a construção de uma teoria clássica de campo, seguindo o modelo da relatividade geral, mas capaz de unificar o tecido do espaço-tempo (responsável pelos efeitos da gravidade) e o campo electromagnético de Maxwell-Lorentz. Nessa tentativa, em vez de reduzir a estrutura do espaço-tempo à matéria, Einstein esperava mostrar como a matéria poderia emergir deste campo unificado. Esta é a tarefa que o absorverá quase em absoluto até ao fim da sua vida em 1955. Especialmente nos seus últimos anos, a abordagem seguida por Einstein neste gigantesco esforço de unificação é sensivelmente diferente daquela que seguiu nos primeiros tempos. Em lugar de construir com base em dados empíricos seguros, passa a depender cada vez mais da pura especulação matemática. Numa das mais celebradas biografias de Einstein (Pais, 325-354) afirma-se sem reservas que o tempo para a unificação da física ainda não tinha chegado, e que "o trabalho de Einstein não conduziu a quaisquer resultados com interesse físico."

Passados alguns anos, reconhecemos que essas primeiras teorias unificadas de Einstein representaram avanços significativos no sentido da unificação, que de alguma forma se reflectem nas teorias de supergravidade e de supercordas dos últimos 30 anos. Poderá perguntar-se porque razão os trabalhos de Einstein sobre a unificação não tiveram maior sucesso? Alguns sugerem que Einstein teria deixado de seguir a sua intuição física, e teria sido seduzido pelas novidades formais da matemática. Outros admitem simplesmente que Einstein estava à frente do seu tempo, pois mesmo que tivesse seguido a física contemporânea mais de perto, a informação disponível antes da sua morte era claramente insuficiente para que pudesse fazer um progresso significativo no sentido da unificação da física. Einstein esperava que uma teoria unificada pudesse resolver todos os enigmas da teoria quântica. O seu motivo para construir uma teoria de campo unificada não era estender o domínio da mecânica quântica mas antes encontrar uma alternativa à mecânica quântica.

Hoje os físicos que procuram construir uma teoria quântica da gravitação tomam a mecânica quântica como fundamental. Com isto Einstein não estaria provavelmente de acordo. Mas é certo que a maioria dos físicos teóricos seguem Einstein ao atribuir um papel central às ideias geométricas das novas teorias de unificação. A maior parte da comunidade dos físicos de partículas, por exemplo, acredita que a Teoria das Supercordas fornece um quadro apropriado para realizar o sonho de Einstein, embora ainda não exista uma evidência experimental para estas teorias.

Apesar do quadro actual ser muito diferente daquele que existia no tempo de Einstein, pode afirmar-se sem reserva que o seu trabalho realmente inspirou as modernas tentativas de unificação das interacções físicas. E mesmo alguns dos caminhos aparentemente sem retorno em que Einstein se meteu, estão hoje novamente em análise, como é o caso da cruzada contra o movimento absoluto. Está actualmente a decorrer uma experiência da NASA, *Gravity Probe B*, que tenta detectar o arrastamento dos referenciais no movimento de rotação, um fenómeno primeiro investigado na linha da tentativa de Einstein de verificar o princípio de Mach. Por sua vez a constante cosmológica parece ter regressado em força na cosmologia moderna como a descrição fenomenológica mais simples da origem da aceleração da expansão do universo descoberta recentemente por intermédio de observações de Supernovas Tipo Ia. O caminho iniciado por

Einstein há cerca de 100 anos continua a ser percorrido por um número cada vez maior de investigadores, abarcando áreas de investigação cada vez mais vastas.

Referências

EARMAN, John - World enough and space-time: absolute versus relational theories of space and time. Cambridge, Mass: MIT Press, 1989

EINSTEIN, Albert - Collected papers. M. Janssen, R. Schulmann [et. al.], orgs.

Princeton: Princeton University Press, 2001. Vol. 7

EINSTEIN, Albert - The meaning of relativity. Princeton: Princeton University Press, 1956. O significado da relatividade com a teoria relativista do campo não simétrico. Coimbra: Arménio Amado, 1958. Tradução portuguesa da 5ª edição pelo Prof. Mário Augusto da Silva

EINSTEIN, Albert [et al.] - **O princípio da relatividade**. 1ª ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1972

HOWARD, Don; STACHEL, John, orgs. - Einstein and the history of general relativity. Boston: Birkhäuser, 1989

KRETSCHMANN, E. - The physical meaning of the relativity postulate, A. Einstein's new and original relativity theory. **Annalen der Physik.** Leipzig. Band 53 (16) (1918), p. 575-614

MISNER, Charles W.; THORNE, Kip S.; WHEELER, John Archibald - Gravitation. San Francisco: Freeman, 1973

PAIS, A. - 'Subtle is the Lord...': the science and the life of Albert Einstein. New York: Oxford University Press, 1982. Súbtil é o Senhor: Vida e Pensamento de Albert Einstein. Lisboa: Gradiva, 2ª edição 2004. Tradução portuguesa por Fernando Parente e Viriato Esteves

SCULMANN, R. [et al.], orgs. - Collected papers. Princeton: Princeton University Press, 2002. Vol. 8