Satélites Geoestacionários e GPS

Paulo Crawford
Departamento de Física da FCUL
Centro de Astronomia e Astrofísica da UL

http://cosmo.fis.fc.ul.pt/~crawford/

Escolas Secundárias de S. João da Talha Casquilhos e Miguel Torga

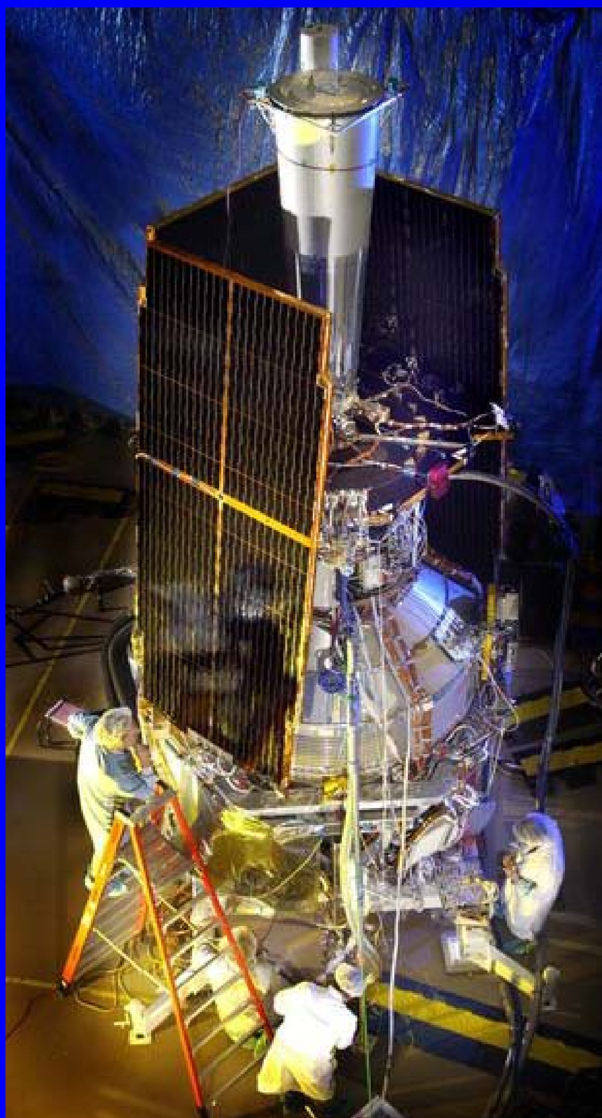
Palestras realizadas
em Outubro e Novembro de 2008

Física : unidade I

Movimentos na Terra e no Espaço

1. Viagens com GPS
2. Da Terra à Lua
3. Movimento de Satélites Geoestacionários
4. A Física do GPS

Satélites Artificiais



Satélite de comunicação Milstar

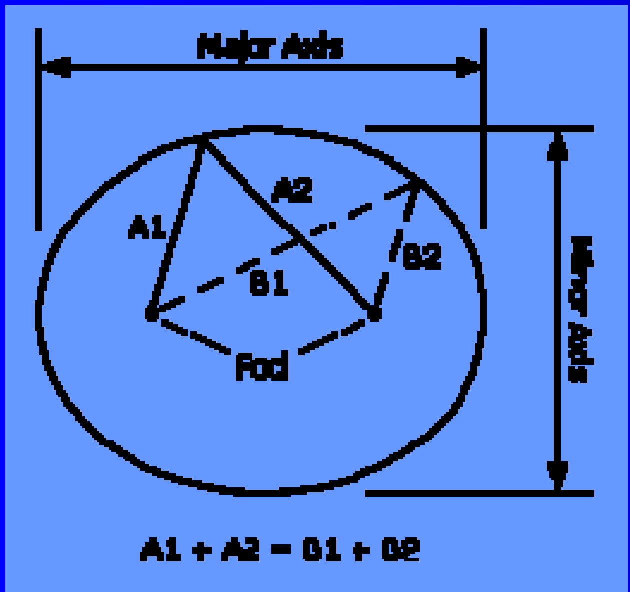
Gravity Probe B

Tipos de Satélites e suas órbitas

- O tipo de órbita depende da função.
- Órbitas excêntricas e órbitas circulares.
- Órbitas geoestacionárias: órbitas sincronizadas com a rotação *sideral* da Terra (1 dia sideral = 23 h, 56 m, 4 s) (órbita geosíncrona)
- Altitude: 35.786 km

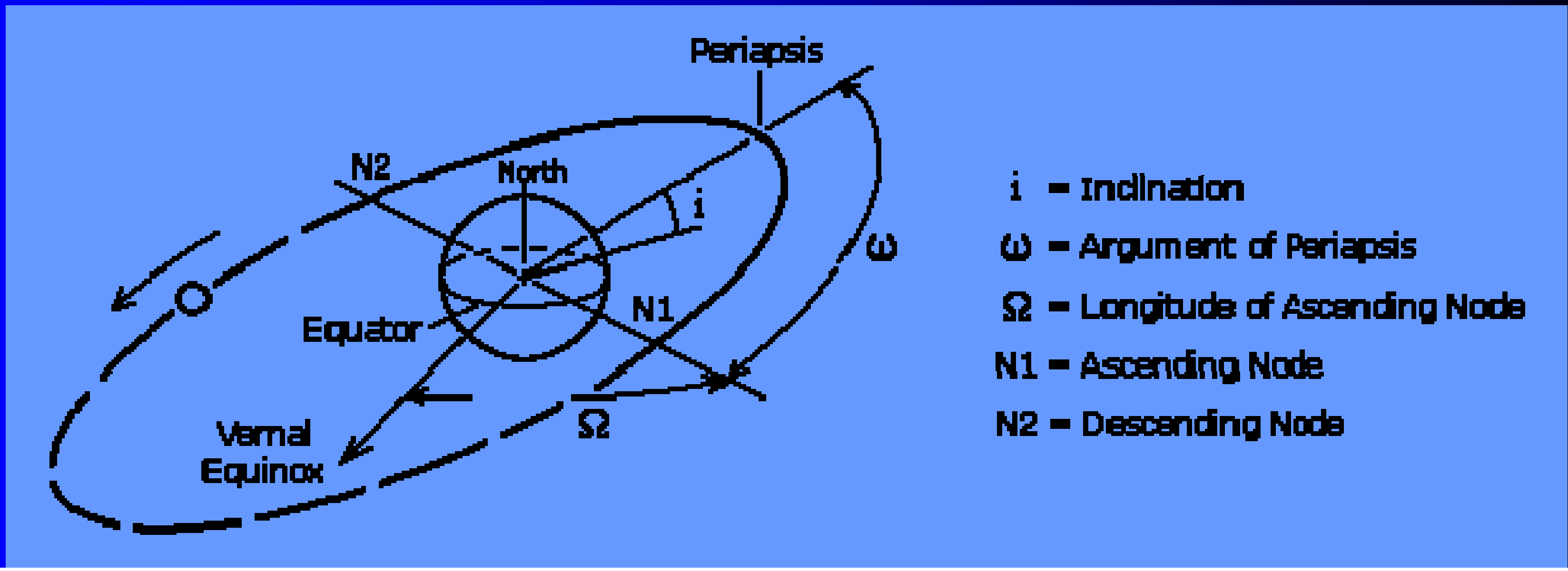
Satélite Geoestacionário **GOES 8**

Órbitas Excêntricas



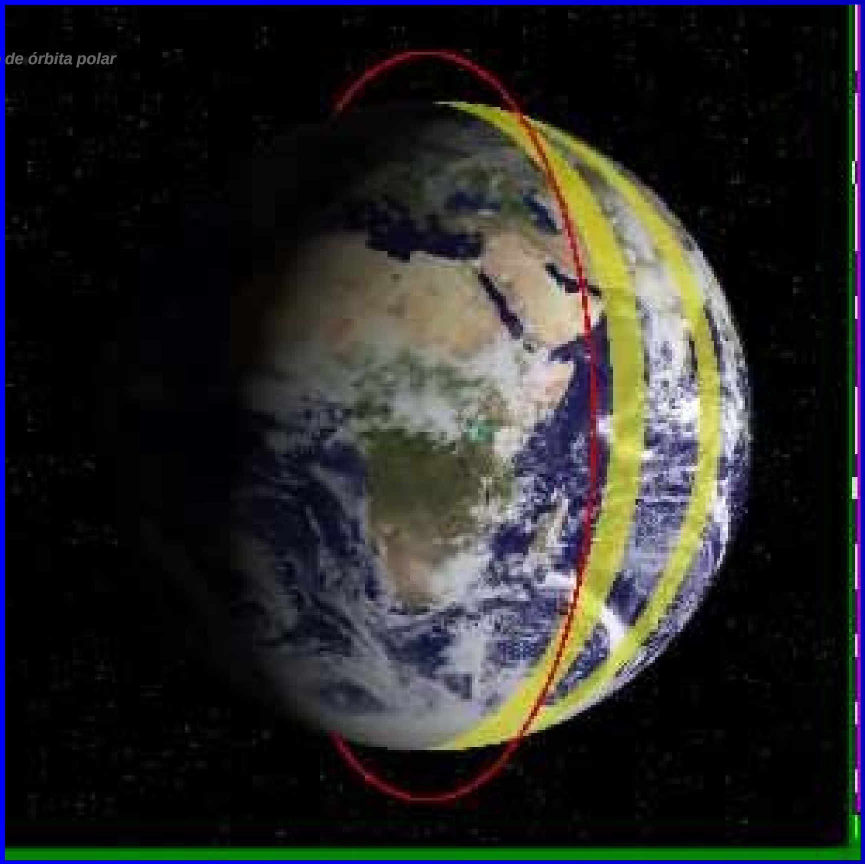
2 Focos, 2 eixos diferentes

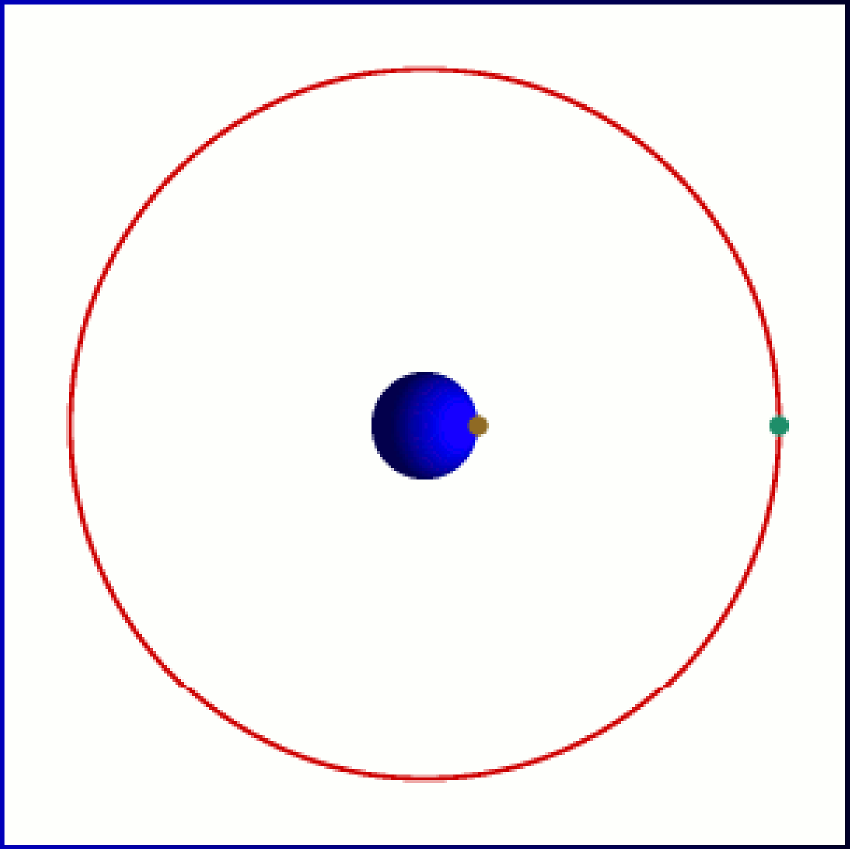
Órbita inclinada



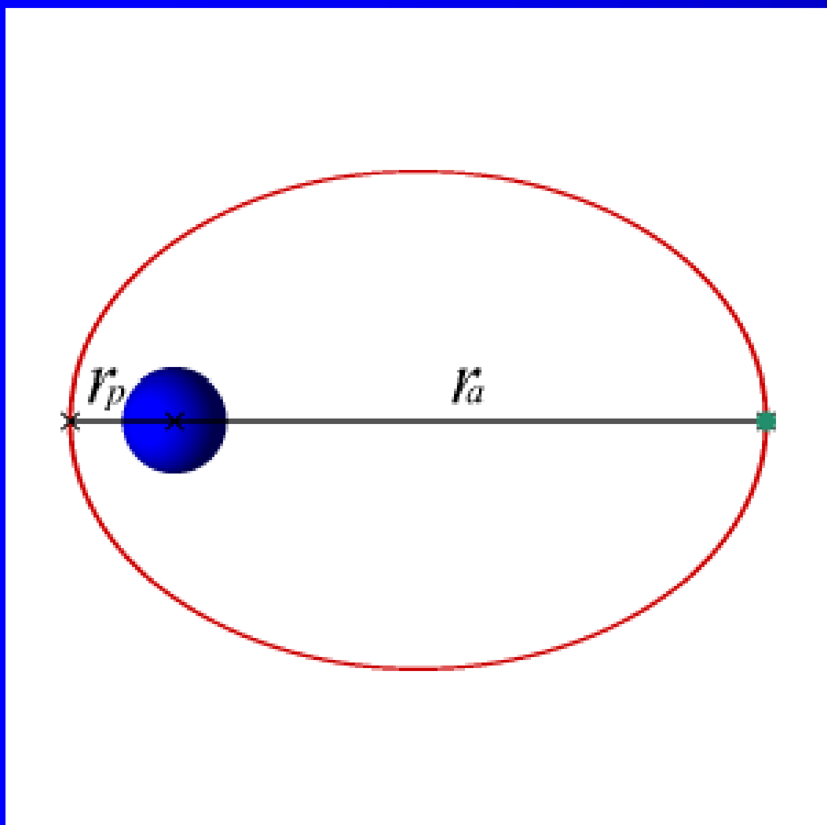
Órbitas polares e equatoriais

Exemplo de órbita polar

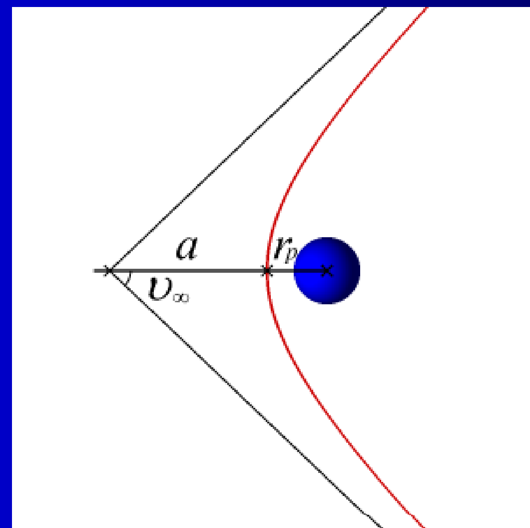




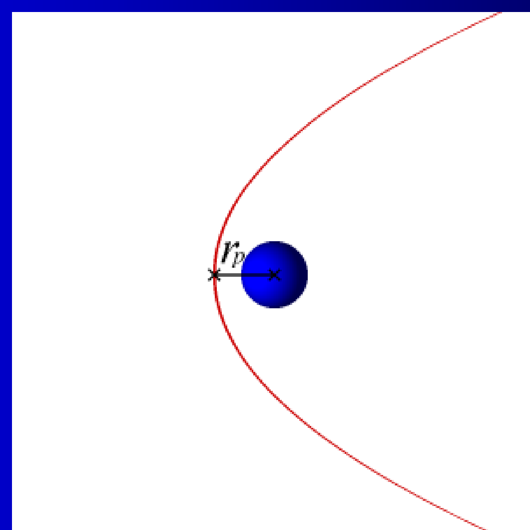
Órbitas de cometas



elipse



(ramo de)
hipérbole



parábola

Cálculos das órbitas (circulares)

$$\frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi R}{T^2} = \frac{M_T G}{R^2}$$

$$\text{com } v = \omega R, \qquad R^3 = \left(\frac{M_T G T^2}{4\pi^2}\right) \Rightarrow \frac{R^3}{T^2} = G\frac{M_T}{4\pi^2}$$

$$M_T = 5.976 \times 10^{24}\ kg$$

$$G = 6.672 \times 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$$

$$T = 86164.1\ s$$

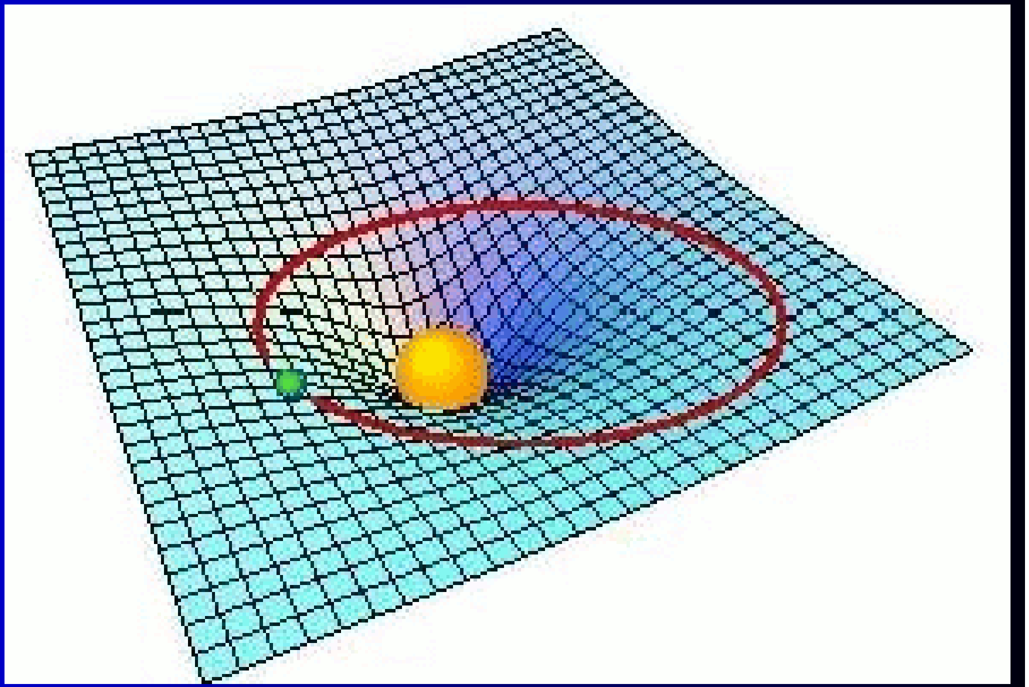
$$\Rightarrow R = 42168\ km = 6.61\, R_{\oplus}$$

$$R - R_{\oplus} = 42\ 168\ km - 6\ 378\ km = 35\ 790\ km$$

Satélites e Planetas

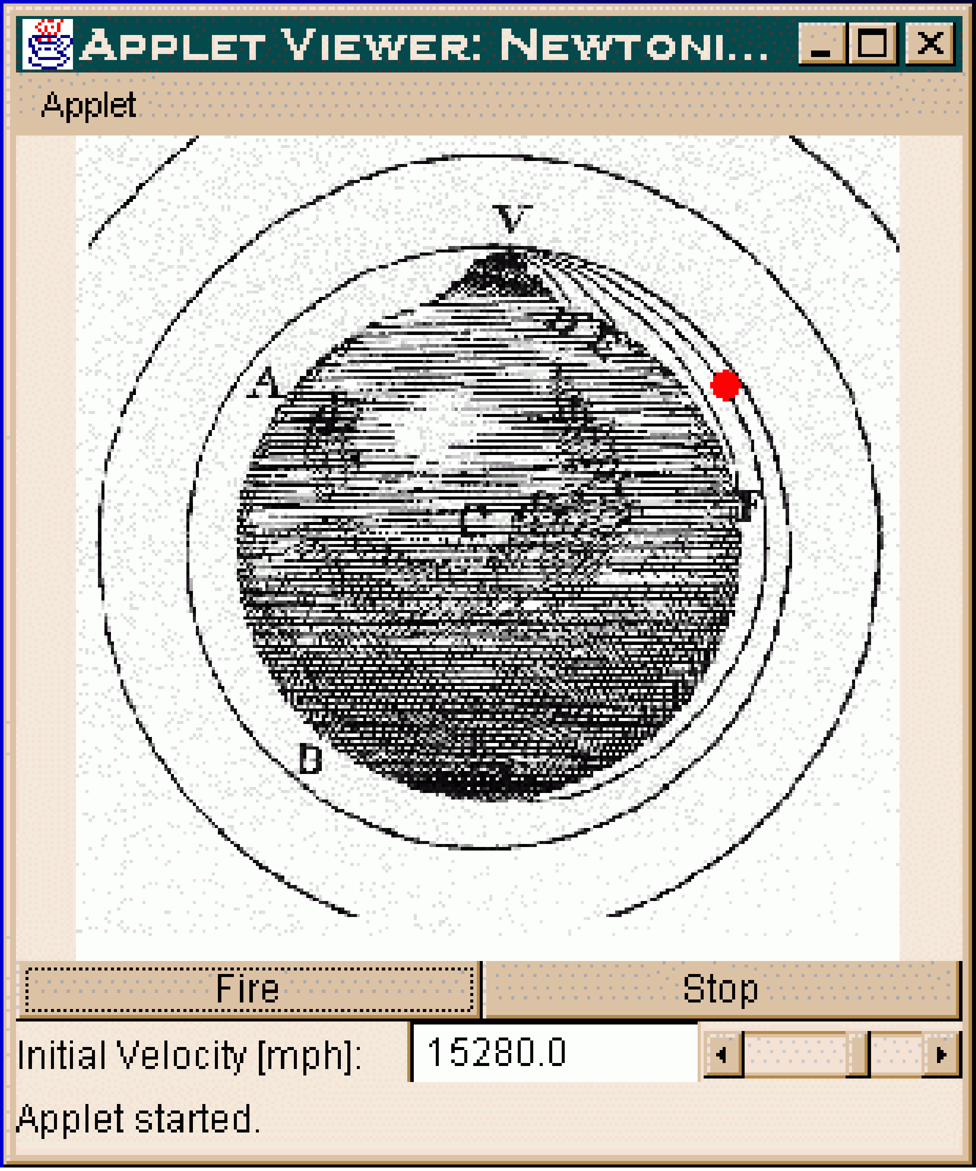
- Movimento de satélites
- Leis de Kepler
- Movimento Planetário

Órbitas segundo Einstein:
Uma massa central deforma
o espaço ….



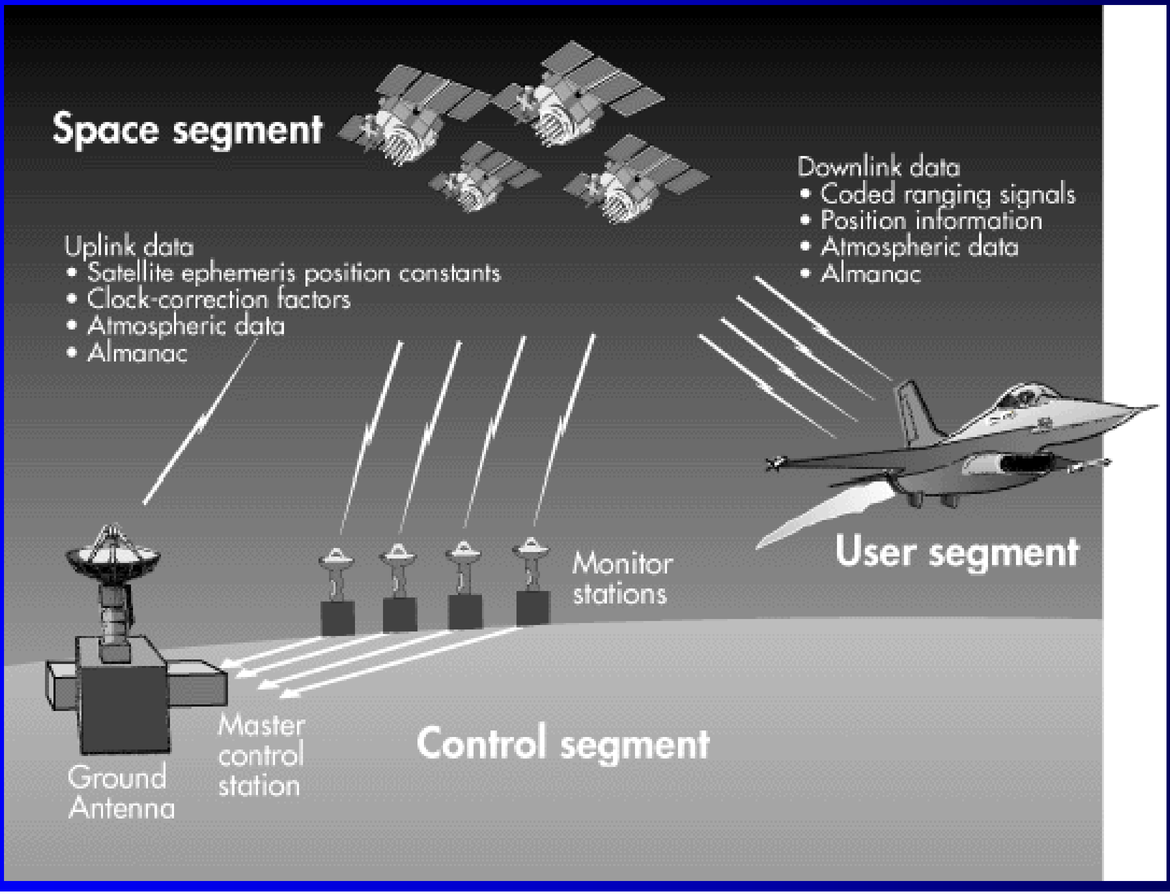
Lançamento de Satélites

- Montanha de Newton



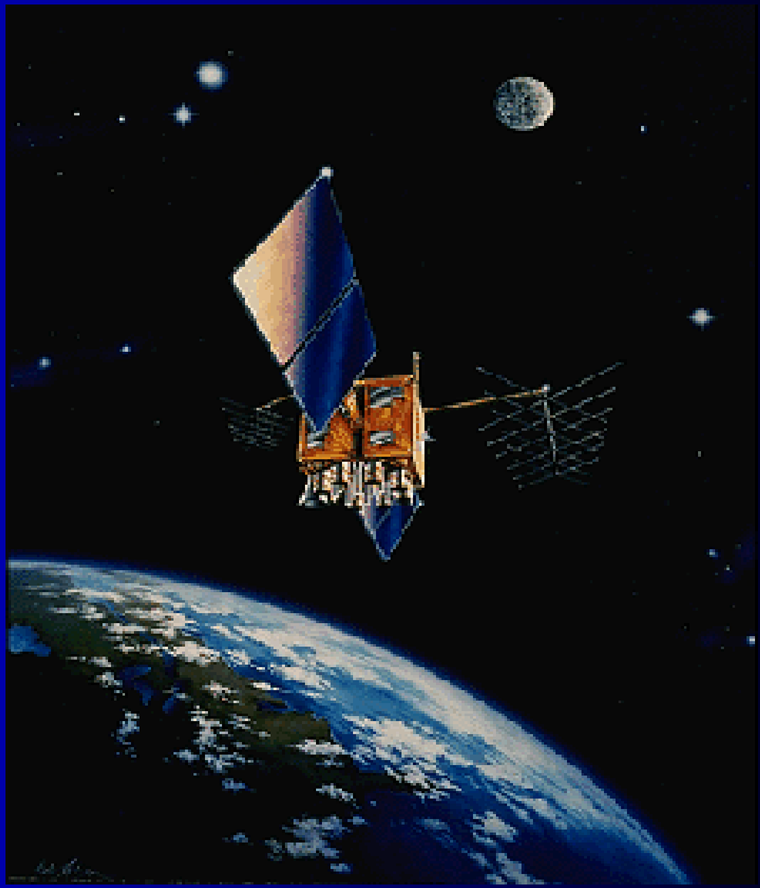
Descrição do GPS-1

- O GPS pode ser descrito em termos de 3 “segmentos”: o segmento espacial, o segmento de controlo e o segmento do utilizador.



Segmento Espacial

- É constituído por 24 satélites com relógios atómicos, com órbitas circulares em torno da Terra com um período orbital de 12 h, distribuídos em 6 planos orbitais igualmente inclinados.

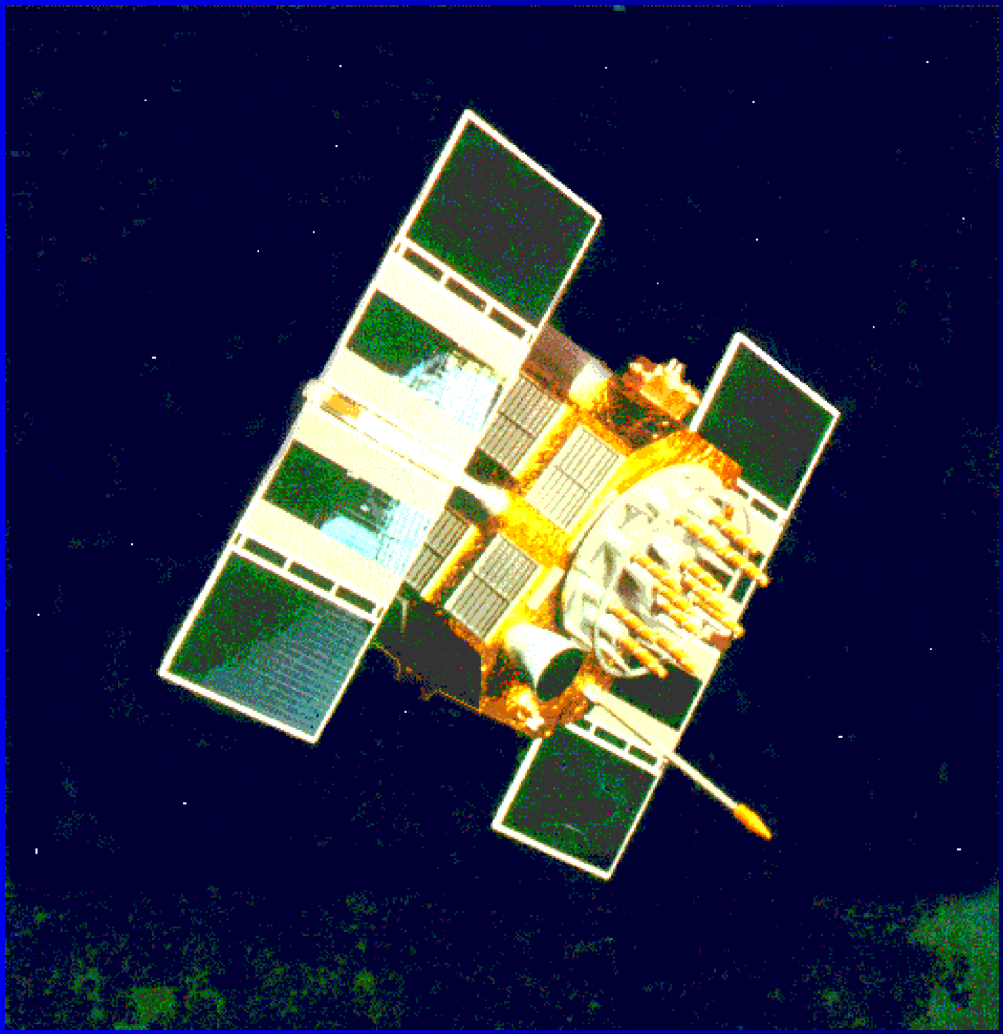


Segmento de controlo e Segmento do utilizador

- O controlo é constituído por um conjunto de estações terrestres que recebem continuamente informação dos satélites. Os dados são depois enviados para uma Estação de Controlo em Colorado Springs que analiza a constelação e projecta as efemérides e comportamento dos relógios para as horas seguintes ...

Mais de 9000 receptores GPS foram usados na operação Desert Storm (I Guerra do Golfo)

III Geração de Veículos Espaciais



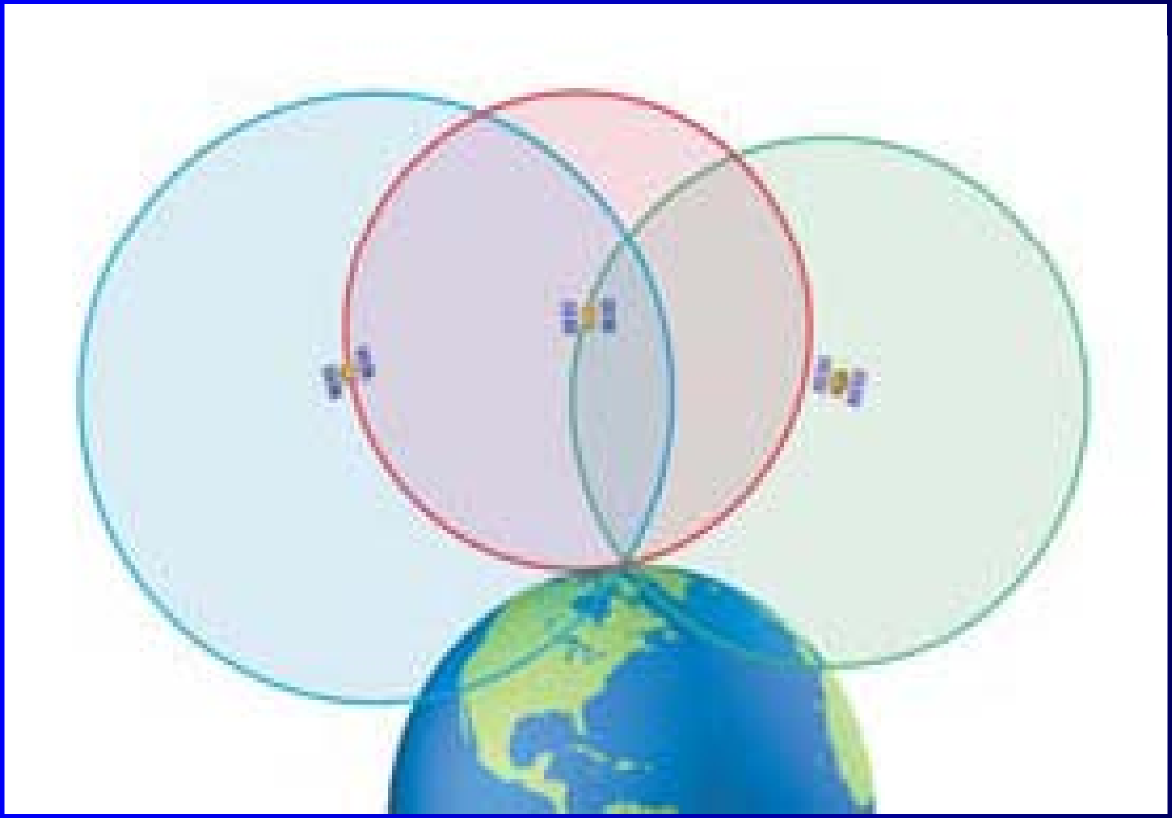
Funcionamento do GPS-1

- A finalidade do GPS é determinar a posição de um objecto à superfície da Terra em 3 dimensões: longitude, latitude e altitude.

- Sinais provenientes de 3 satélites fornecem esta informação. Cada satélite envia um sinal codificado com a localização do satélite e o tempo de emissão do sinal. O relógio do receptor regista o instante da recepção de cada sinal, depois subtrai o tempo de emissão para determinar o lapso de tempo e portanto a distância viajada pelo sinal

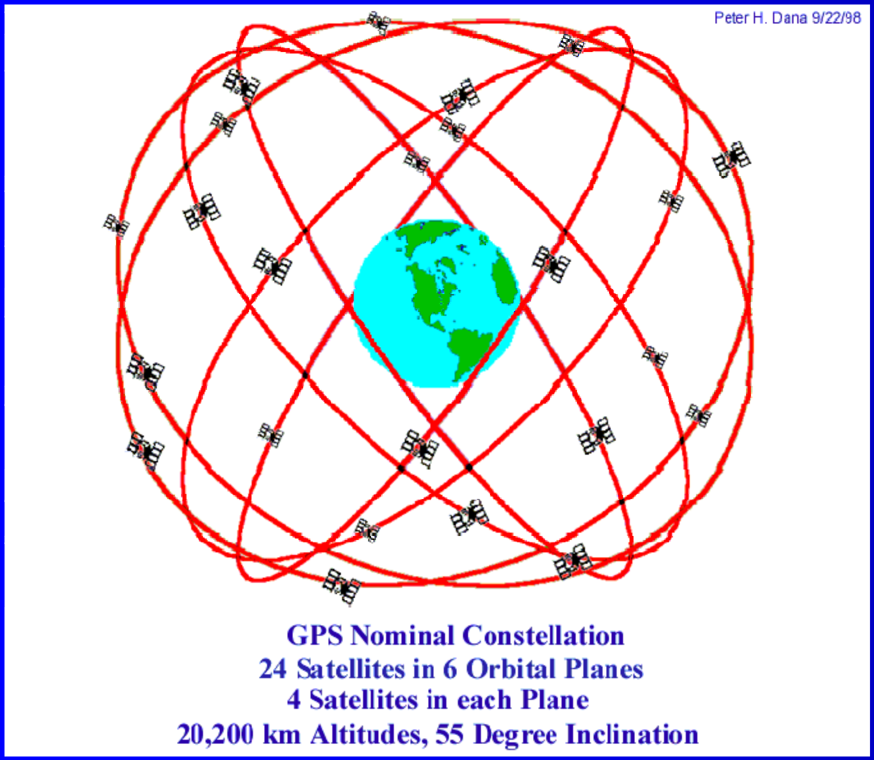
Funcionamento do GPS-2

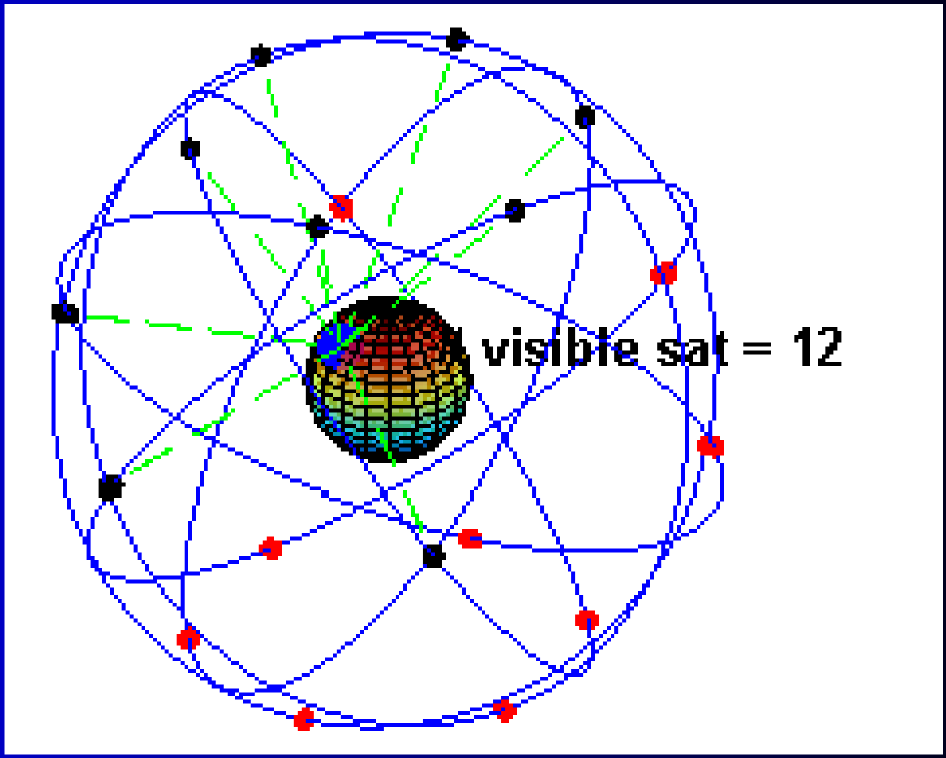
- Assim, são construídas 3 esferas a partir destas distâncias, uma esfera centrada em cada satélite. O objecto está localizado no único ponto de intersecção das 3 esferas.



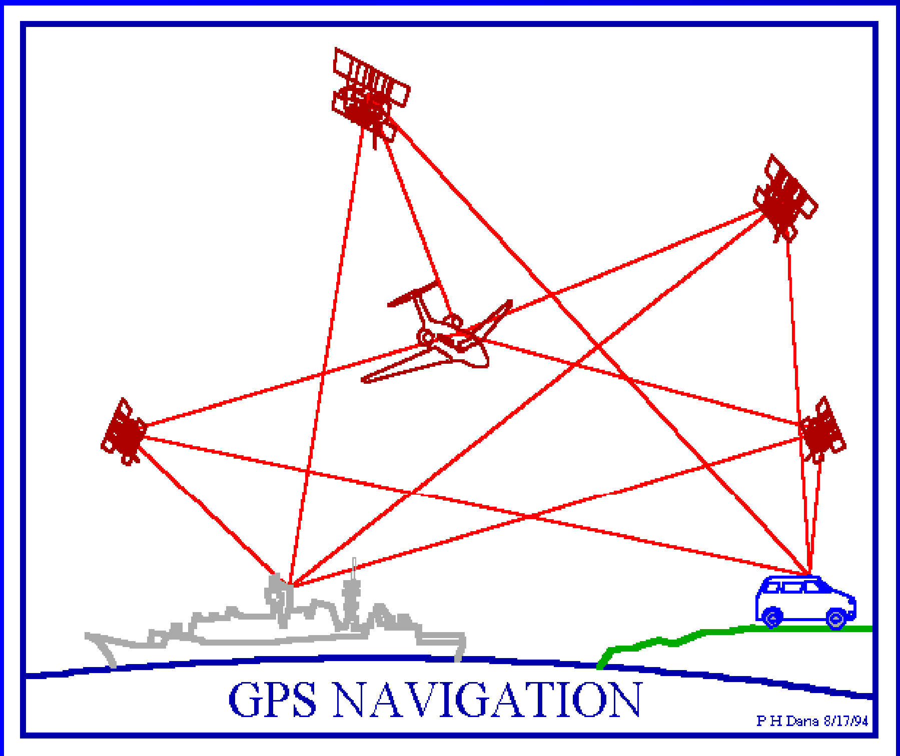
Órbitas dos 24 satélites

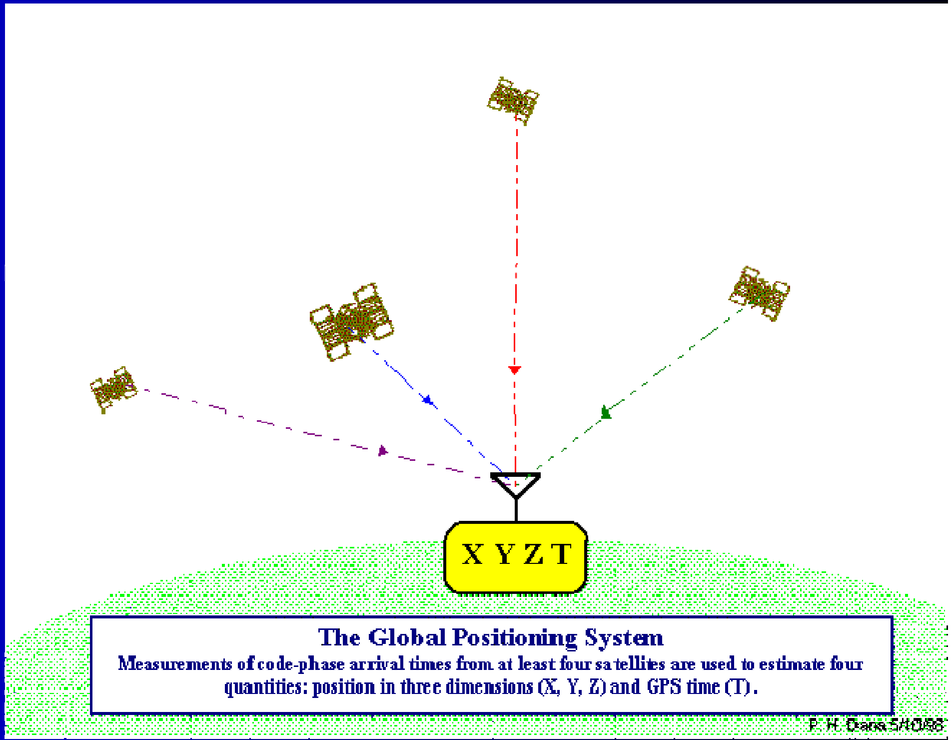
Há sempre 4 ou mais satélites sobre cada utilizador.





Determinação das coordenadas





Funcionamento do GPS-3

- Uma dificuldade: o relógio do receptor não é tão preciso como os relógios atómicos dos satélites. Por isso, um sinal de um 4º satélite é utilizado para averiguar da precisão do relógio do receptor. Este 4º sinal permite ao receptor processar os sinais GPS com a precisão de um relógio atómico.
- Dificuldades a superar: os sinais trocados entre relógios a diferentes altitudes estão sujeitos aos efeitos da Relatividade Geral; por outro lado, o movimento do satélite e a rotação da Terra devem ser tomados em conta.

- Sem a consideração destes efeitos o GPS seria inútil.

Teoria da Relatividade

- 1905 Relatividade Restrita
  Reconciliar a relatividade do movimento com a teoria do electromagnética de James Clerk Maxwell (1831-1879).

- 1915 Relatividade Geral
  Reconciliar a teoria da gravidade com os princípios da RR e estender a relatividade de modo a incluir todos os observadores.

Princípio da Relatividade

- [Em 1905] Dois POSTULADOS (ou *Princípios*, tal como na Termodinâmica):

  (1) Os observadores inerciais são equivalentes na descrição dos fenómenos físicos, e as leis formalmente invariantes.

  (2) A velocidade da luz é constante e independente da velocidade relativa entre a fonte e o observador.

- $\Rightarrow$ Transformações de Lorentz entre R. Inerciais

- [Em 1907] Será possível estender a relatividade do movimento aos observadores acelerados?

Transformações de Lorentz

O espaço e o tempo são relativos. Observadores inerciais com diferentes velocidades medem diferentes espaços e tempos diferentes.

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Tempo Relativo

- Dois acontecimentos simultâneos no referencial S e $\Delta x \neq 0$,

$$\Delta t = t_B - t_A = 0, t_B = t_A$$

- Não são simultâneos em nenhum outro referencial S'

$$t'_B \neq t'_A$$

- A ordem temporal pode variar:

$$t_A = t_B,\ t'_B > t'_A \vee t'_B < t'_A$$

Pares de acontecimentos: ordem temporal

- Par temporal: a ordem temporal conserva-se e há um referencial S′ onde ocorrem no mesmo ponto do espaço, no qual o Δt é menor.

$$\Delta t = t_B - t_A > 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta t' = t'_B - t'_A > \Delta t$$

- Par espacial: Há um S′ onde Δt=0, então a ordem temporal não se conserva

$$\Delta t = 0, \Delta t' > 0, \ \Delta t'' < 0$$

Consequências cinemáticas

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \;, \quad \Delta x' = \Delta x\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$(\Delta x' = 0) \qquad\qquad (\Delta t' = 0)$$

Dilatação do tempo

Contracção dos comprimentos

$$u' = \frac{u - v}{1-\frac{vu}{c^2}}, \text{ se } \; u = c \Rightarrow u' = c$$

Composição de velocidades

v – velocidade relativa entre referenciais inerciais

Física de Galileu e Newton

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}} \approx u - v, \text{ se } uv << c^2$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \Delta t', \ \Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \Delta x$$

Efeito devido à velocidade

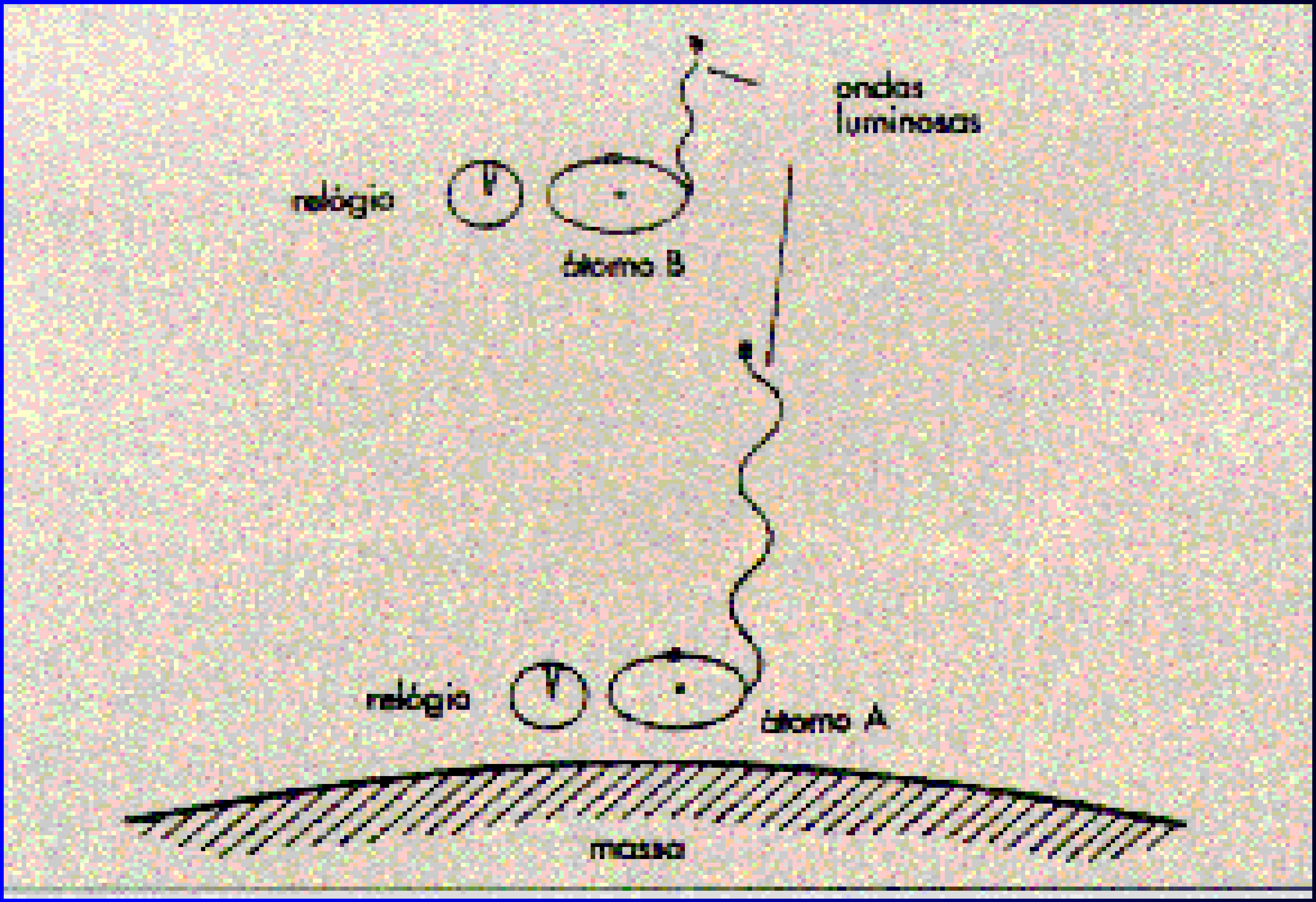
$$v_S^2 = \frac{GM_T}{R_S} \Rightarrow v = 3873\, m/s = 13943\ km/h$$

$$v_T = \frac{2\pi R_T}{T} = 463\ m/s = 1669\ km/h$$

$$\frac{\Delta t_S}{\Delta t_T} = \frac{\sqrt{1 - v_S^2/c^2}}{\sqrt{1 - v_T^2/c^2}} \cong 1 - \frac{1}{2}(v_S^2 - v_T^2)/c^2$$

$$(\Delta t_T - \Delta t_S)_{mov} \cong 7090\, ns$$

O atraso dos relógios pela gravidade



Discrepância na sincronização

- Num dia há 86 400 segundos. Os relógios da Terra atrasam-se cerca de 45 800 ns por dia devido a esta diferença de altitude, e como 1*ns-luz* $\cong$ *30 cm*

- Isto origina um erro de localização de cerca de 13,7 km por dia!! A RG é pois necessária para corrigir este erro.

Fórmula para a diferença entre relógios a diferente altura

$$(1+d)^n \approx 1+nd\ ,\ com\,|\,d\,|\ll 1\ e\,|\,nd\,|\ll 1$$

$$\frac{d\tau_{sat}}{d\tau_{Terra}} \approx \left(1-\frac{M}{r_{sat}}\right)\left(1+\frac{M}{r_{Terra}}\right) \approx 1-\frac{M}{r_{sat}}+\frac{M}{r_{Terra}}$$

$$-\frac{M}{r_{sat}}\frac{M}{r_{Terra}}$$

$$\frac{d\tau_{sat}}{d\tau_{Terra}} \approx 1-\frac{M}{r_{sat}}+\frac{M}{r_{Terra}} = 1+b$$

Será a diferença entre os 2 relógios desprezável?

Relação entre o tempo na Terra e no satélite, tendo em conta a altura e a velocidade

$$(1+d)^n \approx 1 + nd \;,\; com\; d = 1 - \frac{2M}{r_{Terra}} - v^2_{Terra}$$

$$\frac{d\tau_{sat}}{d\tau_{Terra}} \approx 1 - \frac{M}{r_{sat}} - \frac{v^2_{sat}}{2} + \frac{M}{r_{Terra}} + \frac{v^2_{Terra}}{2}$$

$$45800 - 7090 = 38710 \;\; ns$$

um atraso cerca de 39 000 *ns* o que corresponde a um erro de 11,7 km por dia!

Sítios na Rede

- http://cosmo.fis.fc.ul.pt/~crawford/ (Paulo Crawford)
- http://fisica.fc.ul.pt/
- http://www.mcasco.com/p1aso.html (Movimento de satélites)
- http://charmnt.evansville.edu/visualexp.asp (Montanha de Newton)
- http://galileoandeinstein.phys.virginia.edu/more_stuff/flashlets/kepler6.htm (Leis de Kepler)